U N E S C O

BUREAU REGIONAL POUR L'EDUCATION EN AFRIQUE

Dakar - République du Sénégal

COMMENT :

CALCULER

ESTIMER

ETABLIR

VERIFIER

UTILISER

DES DONNEES NUMERIQUES EN EDUCATION ?

par Christiane VAUGRANTE.

août 1971

(ED-76/WS/64)

AVERTISSEMENT

Cette publication ne prétend pas aborder l'ensemble des problèmes de l'Education qui peuvent se poser en termes numériques; elle se limite à proposer au lecteur un mode d'emploi précis pour certains calculs simples qui demandent toutefois de l'exactitude.

L'utilisation de certaines formules mathématiques demande une certaine compréhension de leur mécanisme pour éviter les erreurs de jugement.

Avant l'emploi des résultats de calculs théoriques, il convient de se demander si ceux-ci diffèrent sensiblement de la réalité, c'est-à-dire qu'il convient non seulement de vérifier si les opérations sont exactes, mais également de vérifier la vraisemblance du résultat obtenu.

Les différents articles présentes dans cette brochure se veulent donc d'être simplement une introduction à l'utilisation des techniques statistiques dans l'Education, à l'étude du diagnostic. Ces derniers points seront développés dans de prochaines publications.

L'auteur accueillerait avec sympathie toutes remarques qui pourraient être faites.

TABLE DES MATIERES

		Page
Note explicative		i
A.	Comment calculer : - taux de redoublement - taux de promotion ?	1
B.	Comment évaluer la production d'un système scolaire ? . .	3
C.	Comment établir un tableau de survie ?	9
D.	Comment calculer des taux de rétention ?	14
E.	Comment vérifier la vraisemblance des résultats obtenus dans le tableau de survie ?	16
F.	Comment utiliser le tableau de survie pour estimer la productivité de l'année-élève ?	18
G.	Comment établir à partir du tableau de survie un tableau de sortie par niveau ?	20
H.	Comment évaluer l'ampleur du phénomène de redoublement ? .	22
I.	Comment établir une progression-type ?	30
J.	Comment éstimer le coût moyen (dépenses de fonctionnement) de l'élève arrivant en année terminale d'un cycle ? . .	35
K.	Comment utiliser la formule dite des intérêts composés ? .	36
L.	Comment calculer un taux moyen d'accroissement annuel ? .	46
M.	Comment calculer le taux moyen d'accroissement annuel du nombre de maîtres compte tenu d'une augmentation du nombre des élèves et d'une diminution du nombre moyen d'élèves par maître ?	50
N.	Comment calculer le taux moyen d'accroissement annuel des effectifs de l'enseignement technique compte tenu de la croissance des effectifs de l'ensemble du second degré avec une augmentation proportionnellement plus importante de ceux du technique ?	56
O.	Comment estimer le taux de croissance qui doit être assigné à des effectifs scolaires en vue d'atteindre un objectif fixe en termes de taux de scolarisation ? .	60
Glossaire		63
Bibliographie		65

NOTE EXPLICATIVE

Pour des raisons d'homogénéité de présentation entre les versions française et anglaise,

dans les tableaux, les symboles utilisés sont les suivants:

- \- chiffre nul ou négligeable
- ... données non disponibles
- . catégorie sans objet
- * chiffre provisoire ou estimation;

dans le corps d'une formule, le symbole "..." a été inséré entre deux termes pour remplacer la suite de ceux qui sont compris entre eux;

les nombres entiers de cinq chiffres ou plus ont été écrits en omettant le point entre milliers et centaines, millions et centaines de mille, par contre le point a été utilisé pour séparer dans les nombres décimaux la partie entière de la partie décimale.

La signification des lettres employées est la suivante:

a	Article B : année d'études autres articles : rapport entre deux taux, deux proportions, deux moyennes
α	Article O : taux de scolarisation
b	Taux brut indifférencié de redoublement
C	$\frac{1}{1 - \%\ \text{redoublants}}$
d	Différence entre deux taux de croissance
f	Proportion des effectifs de l'enseignement technique par rapport aux effectifs globaux de l'enseignement du second degré
E	Effectif (élèves)
F	Sexe féminin
i	Taux d'accroissement moyen annuel
I	Article I : sexe masculin Article M : nombre de maîtres
m	Taux d'accroissement moyen annuel du nombre de maîtres
n	Article H : taux net de doublement Autres articles : nombre d'années
NI	Nouveaux inscrits
P	Articles B, C, G : promus Autres articles : population (statistiques)
R	Redoublants
r	Article O : taux de croissance démographique, population 6-12

S	Article B : sortants Article M : nombre d'élèves de l'enseignement du second degré
s	Article M : taux d'accroissement moyen annuel des effectifs de l'enseignement du second degré
t	Année, époque
v	Article O : taux d'accroissement moyen annuel de la population scolaire, 6-12
x	Partie inconnue
$\sim$	Plus ou moins égal à

A. COMMENT CALCULER :

- TAUX DE REDOUBLEMENT
- TAUX DE PROMOTION ?

Le taux de redoublement en une année d'études donnée, par exemple en 2ème année d'études, est le rapport entre le nombre de redoublants en cette année d'études en une année scolaire et le nombre total (redoublants + promus) des élèves qui l'année scolaire précédente étaient inscrits en cette même année d'études (la 2ème).

Exemple

Année d'études	Nombre d'élèves inscrits			
	En 1969		En 1970	
	Total	Dont redoublants	Total	Dont redoublants
1ère	31 800	3 400	33 530	3 710
2ème	23 900	1 200	26 780	1 340
3ème	...	...	21 500	1 075

Le taux de redoublement, 1969, en 2ème année d'études, est :

$$\frac{\text{Nombre de redoublants, 2ème année d'études, 1970}}{\text{Nombre total des élèves, 2ème année d'études, 1969}} \times 100$$

ou :

$$\frac{1\,340}{23\,900} \times 100 = 5.6\%$$

Le taux de redoublement (1969) en 1ère année d'études est :

$$\frac{3\,710}{31\,800} \times 100 = 11.7\%$$

Le taux de promotion en une année d'études donnée (par exemple, en 2ème année d'études) est le rapport entre le nombre des élèves inscrits pour la première fois (promus) en cette année d'études (la 2ème année d'études) en une année scolaire donnée et le nombre total (promus + redoublants) des élèves qui, l'année scolaire précédente, étaient inscrits en l'année d'études immédiatement inférieure.

Le taux de promotion (1969) en 2ème année d'études (ou taux de promotion de 1ère en 2ème année d'études) est :

$$\frac{\text{Nombre d'élèves promus de 1ère en 2ème, 1969 à 1970}}{\text{Nombre total des élèves, 1ère année d'études, 1969}} \times 100$$

Dans le tableau donné ci-dessus le nombre de promus ne figure pas, il faut donc le calculer.

On sait que l'effectif total d'une année d'études comprend des promus et des redoublants.

Connaissant l'effectif total de la 2ème année d'études en 1970 de même que le nombre de redoublants en cette même année d'études (2ème) pour cette même année scolaire (1970), il est possible de calculer le nombre d'élèves promus en 2ème année d'études en 1970.

Nombre de promus, 2ème, 1970 égale

Nombre total d'élèves, 2ème, 1970 moins

Nombre de redoublants, 2ème, 1970.

ou :

Nombre de promus, 2ème, 1970 = 26 780 - 1 340 = 25 440.

Le taux de promotion (1969) en 2ème année d'études est :

$$\frac{25\ 440}{31\ 800} \times 100 = 80.0\%.$$

Le taux de promotion (1969) de 2ème en 3ème année d'études est :

$$\frac{21\ 500 - 1\ 075}{23\ 900} \times 100$$

$$\frac{20\ 425}{23\ 900} \times 100 = 85.5\%.$$

B. COMMENT EVALUER LA PRODUCTION D'UN SYSTEME SCOLAIRE ?

La production d'un système scolaire peut être représentée par l'ensemble des outputs (sortants). Les sortants peuvent être groupés selon le niveau d'études qu'ils ont atteint au moment de leur sortie du système scolaire. Autant que possible, les différents niveaux de sortie seront classés en correspondance avec les niveaux théoriques de l'emploi.

1 Sortants pour un cycle complet d'année d'études pour une même année scolaire

(par exemple, ensemble des années d'études primaires, des années d'études du premier cycle, du second degré, etc.)

Pour une année scolaire donnée, soit t_1, l'effectif total de l'ensemble des années d'études d'un cycle complet d'enseignement est égal à l'effectif total de ce cycle, l'année scolaire précédente (t_o) moins le nombre des sortants plus le nombre des nouveaux inscrits en première année d'études de ce cycle 1/.

Soit pour un cycle de 5 années d'études :

$$E\ (1 \text{ à } 5,\ t_1) = E\ (1 \text{ à } 5,\ t_o) - S\ (1 \text{ à } 5,\ t_o) + N\ I\ (1,\ t_1).$$

Ainsi le nombre de sortants est-il :

$$S\ (1 \text{ à } 5,\ t_o) = E\ (1 \text{ à } 5,\ t_o) - E\ (1 \text{ à } 5,\ t_1) + N\ I\ (1,\ t_1).$$

Soit pour un cycle de 6 années d'études compris entre la 7ème année d'études de l'ensemble du système scolaire et la 12ème année d'études:

$$E\ (7 \text{ à } 12,\ t_1) = E\ (7 \text{ à } 12,\ t_o) - E\ (7 \text{ à } 12,\ t_o) + N\ I\ (7,\ t_1)$$

et le nombre des sortants :

$$S\ (7 \text{ à } 12,\ t_o) = E\ (7 \text{ à } 12,\ t_o) + N\ I\ (7,\ t_1) - E\ (7 \text{ à } 12,\ t_1).$$

En se basant sur les données du tableau B.1, il vient :

$$E\ (7 \text{ à } 12,\ t_o) = 66\ 906$$
$$N\ I\ (7,\ t_1) = 29\ 369 - 7\ 000 = 22\ 369$$
$$E\ (7 \text{ à } 12,\ t_1) = 71\ 912.$$

D'où :

$$S\ (7 \text{ à } 12,\ t_o) = 17\ 363.$$

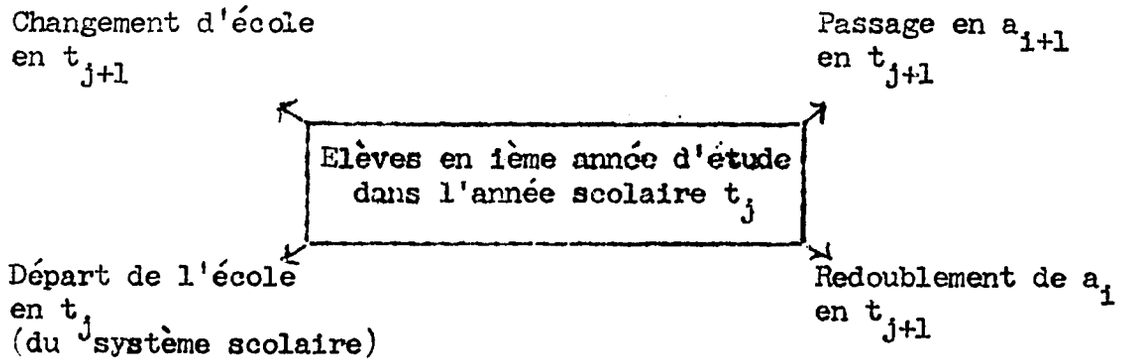
1/ Les facteurs suivants : mortalité, émigration, immigration ont été négligés.

Tableau B.1 Nombre d'élèves par année d'études, en t_o et en t_1

Année d'études	Nombre d'élèves inscrits		
	En t_o	En t_1	
	Total	Total	Dont redoublants
7ème	27 647	29 369	7 000
8ème	12 381	13 088	2 500
9ème	10 577	11 480	1 750
10ème	8 934	9 680	1 020
11ème	4 002	4 603	500
12ème	3 365	3 692	450
Ensemble	65 906	71 912	13 220

2. Abandons ou sortants pour une année d'études

Pour un élève inscrit dans une année d'études donnée, diverses possibilités se présentent en fin d'année scolaire représentées schématiquement ci-après :


Changement d'école en t_{j+1}
Passage en a_{i+1} en t_{j+1}
Elèves en ième année d'étude dans l'année scolaire t_j
Départ de l'école en t_j (du système scolaire)
Redoublement de a_i en t_{j+1}

a_i = année d'études

Le nombre des élèves qui changent d'établissement scolaire est un élément de connaissance utile sur le plan régional, départemental... A l'échelon national, les transferts de département à département ou de région à région s'annulent.

Si on néglige le facteur mortalité et si on admet que les mouvements migratoires extérieurs sont négligeables, on a :

Nombre d'élèves promus de a_i en a_{i+1} en t_{j+1} plus
Nombre d'élèves redoublants a_i en t_{j+1} plus
Nombre d'élèves quittant l'école en a_i en t_j égalent
Nombre d'élèves inscrits en a_i en t_j

ce qui s'exprime également ainsi:

$$P(a_{i+1}, t_{j+1}) + R(a_i, t_{j+1}) + S(a_i, t_j) = E(a_i, t_j).$$

Le nombre des abandons ou sortants pour une année d'études a_i est égal à la différence entre l'effectif $E_{(ai)}$ et la somme des promus inscrits (ou nouveaux inscrits) dans l'année d'études supérieure $P\ (a_{i+1})$ en t_1 et des redoublants dans la même année d'études $R_{(ai)}$ en t_1.

(1) $S\ (a_i, t_o) = E\ (a_i, t_o) - [P\ (a_{i+1}, t_1) + R\ (a_i, t_1)]$

En règle générale, les données de base dont on dispose concernent l'effectif (P + R) et le nombre de redoublants. Le nombre des promus s'obtient par différence.

(2) $P\ (a_{i+1}, t_1) = E\ (a_{i+1}, t_1) - R\ (a_{i+1}, t_1)$

Il vient donc :

(3) $S\ (a_i, t_o) = E\ (a_i, t_o) - [E\ (a_{i+1}, t_1) - R\ (a_{i+1}, t_1) + R\ (a_i, t_1)]$

(4) $S\ (a_i, t_o) = E\ (a_i, t_o) - E\ (a_{i+1}, t_1) + R\ (a_{i+1}, t_1) - R\ (a_i, t_1)$.

En se basant sur les données du tableau B.1, le nombre des sortants au niveau de la 10ème année d'études est :

$S\ (10, t_o) = E\ (10, t_o) - E\ (11, t_1) + R\ (11, t_1) - R\ (10, t_1)$

$S\ (10, t_o) = 8\ 934 - 4\ 603 + 500 - 1\ 020$

$S\ (10, t_o) = 3\ 811.$

3. Sortants entre plusieurs années d'études pour une même année scolaire

Pour trouver le nombre des sortants en 1ère, 2ème, 3ème année d'études, on aurait :

(5) $S(1,1963) = E(1,1962/63) - E(2,1963/64) + R(2,1963/64) - R(1,1963/64)$

(6) $S(2,1963) = E(2,1962/63) - E(3,1963/64) + R(3,1963/64) - R(2,1963/64)$

(7) $S(3,1963) = E(3,1962/63) - E(4,1963/64) + R(4,1963/64) - R(3,1963/64)$

Pour trouver la somme des sortants en 1ère, 2ème et 3ème année d'études, on additionne membre à membre les égalités (5), (6) et (7).

Il vient :

S (1, 2, 3, 1963) que l'on peut noter sortants avant la 4ème année d'études.

(8) $S(1\text{-}3/4,1963) = E(1,1962/63)-E(2,1963/64)+R(2,1963/64)-R(1,1963/64)$
$+E(2,1962/63)-E(3,1963/64)+R(3,1963/64)-R(2,1963/64)$
$+E(3,1962/63)-E(4,1963/64)+R(4,1963/64)-R(3,1963/64)$

En simplifiant :

(9) $S(1\text{-}3/4,1963) = E(1+2+3,1962/63) - E(2+3+4,1963/64)$
$+R(4,1963/64) - R(1,1963/64)$

Exemple : la somme des sortants de la 8ème à la 11ème année d'études, c'est-à-dire avant la 12ème année d'études, serait obtenue par la formule :

$$(10)\quad S(8,9,10,11/12\text{ème}, t_o) = E(8+9+10+11, t_o) - E(9+10+11+12, t_1) + R(12, t_1) - R(8, t_1)$$

Année d'études	Effectif en t_o	Effectif en t_1	dont redoublants
7ème année	27 647	29 369	7 000
8ème année	12 381	13 088	2 500
9ème année	10 577	11 480	1 750
10ème année	8 934	9 680	1 020
11ème année	4 002	4 603	500
12ème année	3 365	3 692	450

$$(11)\quad S(8\text{-}11/12\text{ème}, t_o) = E(8\text{-}11, t_o) - E(9\text{-}12, t_1) - R(8, t_1)$$

$$S(8\text{-}11/12\text{ème}, t_o) = (12\,381 + 10\,577 + 8\,934 + 4\,002) - (11\,480 + 9\,680 + 4\,603 + 3\,692) + 450 - 2\,500$$

$$= 35\,894 - 29\,455 + 450 - 2\,500$$

$$= 4\,389$$

Si l'on désire vérifier ces résultats, on porte les chiffres indiqués dans le tableau B.1 sur le tableau B.2 et on fait la somme des sortants trouvés pour chacune des années d'études considérées.

En généralisant (9), il vient :

Sortants entre l'année d'études a_i et l'année d'études a_{i+n} ou $S(a_i + \ldots + a_{i+n})$

$$S(a_i+\ldots+a_{i+n}, t_j) = E(a_i+\ldots+a_{i+n}, t_j) - E(a_{i+1}+\ldots+a_{i+n+1}, t_{j+1}) + R(a_{i+1}, t_{j+1}) - R(a_i, t_{j+1})$$

La répartition de l'ensemble des sortants sera faite selon le niveau d'instruction atteint et le type de formation reçue.

Par exemple, pour un système 6 + 4 + 3 :

1. Pertes S (1, 2, 3)
2. Sous-produits de l'école primaire S (4, 5)
3. Produits de l'école primaire S (6)
4. Sous-produits du second degré court S (7, 8, 9) — en faisant une distinction selon le type de formation reçue
5. Produits du second degré court S (10) — en faisant une distinction selon le type de formation reçue et l'obtention du diplôme

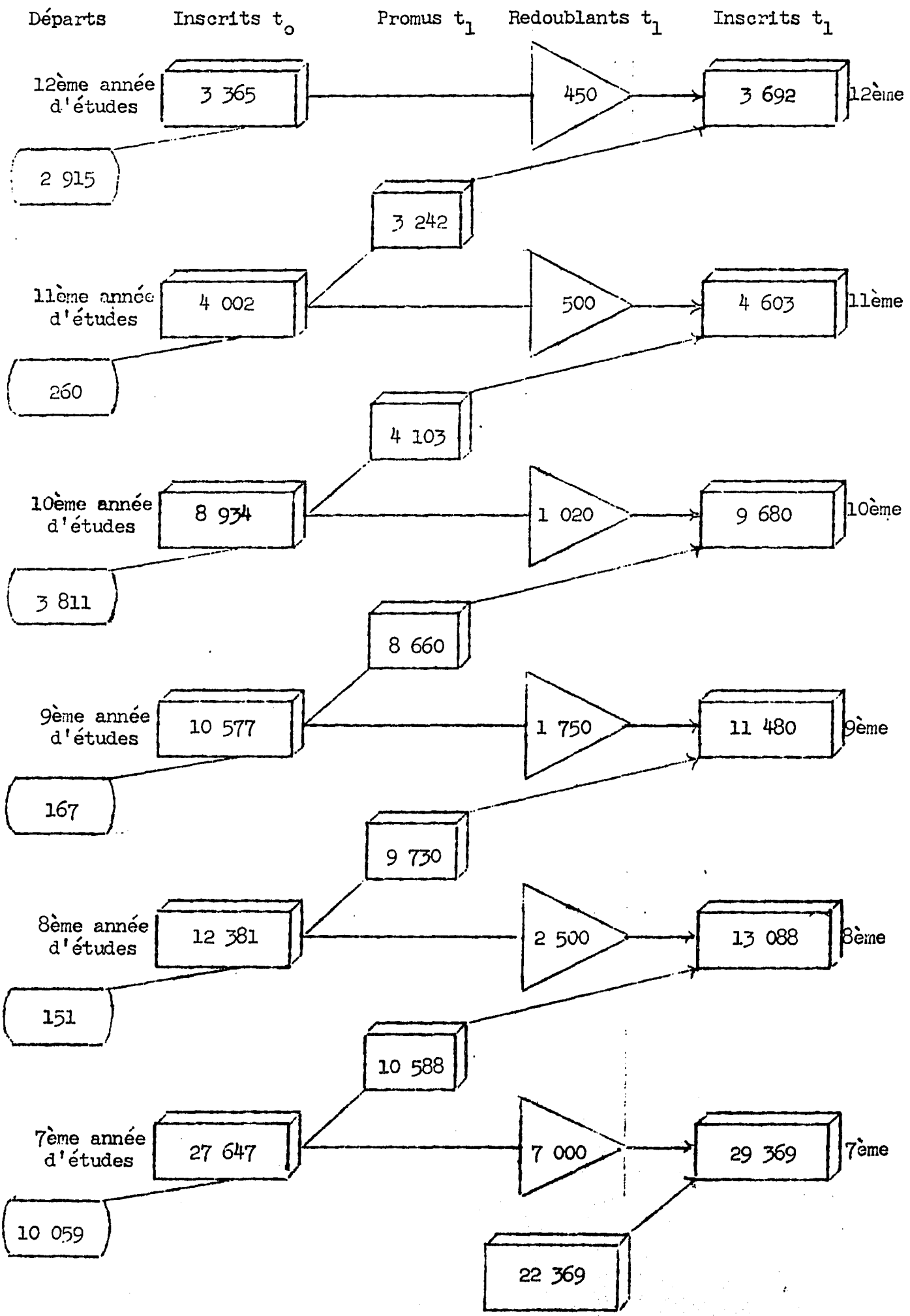
6.	Sous-produits du second degré long S (11, 12)	en faisant une distinction selon le type de formation reçue
7.	Produits du second degré long S (13)	en faisant une distinction selon le type de formation reçue et l'obtention du diplôme.

- Taux de couverture des besoins en main-d'oeuvre

Par exemple, pour un pays dont les emplois de niveau C requièrent un niveau d'instruction équivalent à celui de la 10ème année d'études et les emplois de niveau B, le niveau d'instruction de la 13ème :

$$\frac{S\ (10 + 11 + 12)}{\text{Offres emploi niveau C}} \times 100$$

Tableau B.2 Mouvement des effectafs de t_o à t_1



C. COMMENT ETABLIR UN TABLEAU DE SURVIE ?

Un tableau de survie est basé sur des taux moyens de promotion et de redoublement.

Pour établir un tableau de survie :

1o.) (i) Calculer les taux de promotion 1/ de la 1ère année d'études à la 2ème année d'études, de la 2ème à la 3ème année d'études, et ainsi de suite jusqu'à l'année terminale du cycle considéré;

(ii) Calculer les taux de redoublement 1/ en 1ère année d'études, en 2ème année d'études et ainsi de suite jusqu'à l'année terminale du cycle considéré.

2o.) (i) Pour chaque taux de promotion spécifique de la 1ère année d'études à la 2ème, de la 2ème à la 3ème, etc., calculer la moyenne des taux obtenus pour les différentes annés scolaires considérées;

(ii) Pour chaque taux spécifique de redoublement en 1ère année d'études, en 2ème, etc., calculer la moyenne des taux obtenus pour les différentes années scolaires considérées.

3o.) Suivre une cohorte de 1 000 élèves inscrits pour la première fois en 1ère année d'études en t_o en lui appliquant les différents taux moyens de promotion et de redoublement (trouvés en 2o.).2/.

Exemple :

A partir des taux de promotion et de redoublement donnés dans les tableaux C.1 et C.2 ci-après, établir un tableau de survie pour le cycle de l'enseignement technique considéré.

1o.) Les tableaux C.1 et 2 donnent les résultats des calculs mentionnés sous le point 1o. (i) et (ii).

2o.) Calcul des taux moyens

(i) Promotion

Les taux de promotion de la 1ère année d'études à la 2ème étaient:

80% de 1964 à 1965
81% de 1965 à 1966
79% de 1966 à 1967
82% de 1967 à 1968
81% de 1968 à 1969
78% de 1969 à 1970

La somme de ces taux de promotion est :

$$80\% + 81\% + 79\% + 82\% + 81\% + 78\% = 481\%$$

1/ Ces taux ont été calculés d'après la méthode indiquée sous "Comment calculer taux de redoublement ?, taux de promotion ?".

2/ LIU, B.A.:"Estimation des effectifs scolaires futurs dans les pays en voie de développement". Paris, Unesco, 1967.

Tableau C.1 Taux de promotion, période 1964-1970 1/

Année scolaire	De la 1ère à la 2ème année d'études	De la 2ème à la 3ème année d'études	De la 3ème à la 4ème année d'études	De la 4ème à la 5ème année d'études
	%	%	%	%
1964-1965	80	88	91	92
1965-1966	81	86	89	89
1966-1967	79	86	90	92
1967-1968	82	88	88	94
1968-1969	81	87	92	95
1969-1970	78	87	90	90

Tableau C.2 Taux de redoublement, période 1964-1970 1/

Année scolaire	1ère année d'études	2ème année d'études	3ème année d'études	4ème année d'études	5ème année d'études
	%	%	%	%	%
1964	11	7	6	2	10
1965	12	6	5	4	8
1966	12	5	5	2	10
1967	14	6	4	3	9
1968	12	5	5	4	11
1969	11	7	5	3	12

La moyenne des taux de promotion de la 1ère année d'études à la 2ème depuis 1964 jusqu'en 1970 est:

$$481\% : 6 = 80.2\%.$$

Le calcul des taux moyens de promotion de la 2ème année d'études à la 3ème, de la 3ème à la 4ème, etc. sera effectué de la même manière que ci-dessus. Les résultats figurent au tableau C.3.

(ii) Redoublements

Les taux de redoublement en 1ère année d'études étaient :

1964 : 11%
1965 : 12%
1966 : 12%
1967 : 14%
1968 : 12%
1969 : 11%

1/ Ces taux ont été calculés d'après la méthode indiquée sous "Comment calculer taux de redoublement ?, taux de promotion ?".

La somme de ces taux de redoublement en 1ère année d'études est :

$$11\% + 12\% + 12\% + 14\% + 12\% + 11\% = 72\%$$

La moyenne des taux de redoublement en 1ère année d'études depuis 1964 jusqu'en 1970 est :

$$72\% : 6 = 12\%$$

Le calcul des taux moyens de redoublement en 2ème année d'études, en 3ème, etc. sera effectué de la même manière que ci-dessus. Les résultats figurent au tableau C.3.

Tableau C.3 Taux moyens de promotion et de redoublement par année d'études

Année d'études	Taux moyens de promotion à l'année d'études supérieure	Taux moyens de redoublement
	%	%
1ère	80	12
2ème	87	6
3ème	90	5
4ème	92	3
5ème	.	10

3o.) Survie dans le cycle considéré

Nous partons en t_0 avec une cohorte de 1 000 élèves inscrits pour la première fois en 1ère année d'études.

Les hypothèses suivantes ont été retenues :

- deux redoublements permis au cours du cycle mais deux redoublements consécutifs non autorisés;
- nombre maximum d'années de scolarité : 7 ans;
- les taux de promotion et de redoublement s'appliquent d'une façon homogène.

L'année scolaire suivante, soit t_1, une partie de ces 1 000 élèves sera en 2ème année d'études (les promus), une autre partie sera encore en 1ère année d'études (les redoublants) et enfin une autre partie ne sera plus dans le cycle considéré (les sortants).

Seuls les promus en année d'études supérieure et les redoublants figurent au tableau de survie puisque ce sont les seuls à être encore dans le cycle considéré en t_1.

En t_1, il y aura : 1 000 x 80% = 800 élèves en 2ème année d'études et
1 000 x 12% = 120 élèves en 1ère année d'études;

au total : 920 élèves restent dans le cycle.

En t_2, parmi les 800 élèves se trouvant en t_1 en 2ème année d'études, une partie (87%) sera en 3ème année d'études, ou :

800 x 87% = 696 élèves en 3ème année d'études

et une autre partie (6%) restera en 2ème année d'études, ou :

800 x 6% = 48 élèves en 2ème année d'études.

Parmi les 120 élèves se trouvant en t_1, en 1ère année d'études, une partie (80%) sera en 2ème année d'études, ou :

120 x 80% = 96 élèves en 2ème année d'études.

Selon les hypothèses choisies, les élèves n'ayant pas été promus en 2ème année d'études ne peuvent pas redoubler de nouveau en 1ère année d'études.

D'où en t_2, il y aura :

696 promus en 3ème année d'études
48 redoublants en 2ème année d'études
96 promus en 2ème année d'études

au total : 840 élèves dans le cycle.

En t_3, parmi les 696 élèves inscrits en t_2 en 3ème année d'études, une partie (90%) sera en 4ème année d'études, ou :

696 x 90% = 626 élèves en 4ème année d'études

et une autre partie (5%) restera en 3ème année d'études, ou :

696 x 5% = 35 élèves redoublants en 3ème.

Parmi les 48 R + 96 P (=144), une partie (87%) sera en 3ème année d'études, ou :

144 x 87% = 125 élèves en 3ème année d'études

et une partie (6%) des 96 P (promus) restera en 2ème année d'études, ou :

96 x 6% = 6 élèves redoublants en 2ème.

D'où en t_3, il y aura :

626 promus en 4ème année d'études
35 redoublants en 3ème année d'études
125 promus en 3ème année d'études
6 redoublants en 2ème année d'études

au total : 792 élèves dans le cycle.

En t_4 :

Promus de 4ème en 5ème	626 x 92%	= 576
Redoublants en 4ème	626 x 3%	= 19
Promus de 3ème en 4ème	(125 + 35) x 90%	= 144
Redoublants en 3ème	125 x 5%	= 6
Promus de 2ème en 3ème	6 x 87%	= 5
	au total dans le cycle :	750

En t_5 :

Redoublants en 5ème	576 x 10% =	58
Promus de 4ème en 5ème	(19 + 144) x 92% =	150
Redoublants en 4ème	144 x 3% =	4
Promus de 3ème en 4ème	(6 + 5) x 90% =	10
	au total dans le cycle :	222

En t_6 :

Redoublants en 5ème	150 x 10% =	15
Promus de 4ème en 5ème	(4 + 10) x 92% =	13
	au total dans le cycle :	28

L'ensemble de ces calculs figure dans le tableau C.4.

Tableau C.4 Survie d'une cohorte de 1 000 élèves

Année d'études / Année scolaire	1ère	2ème	3ème	4ème	5ème	Ensemble
t_o	1 000					1 000
t_1	R.120	P.800				920
t_2		R. 48 P. 96	P.696			840
t_3		R. 6	R. 35 P.125	P.626		792
t_4			R. 6 P. 5	R. 19 P.144	P.576	750
t_5				R. 4 P. 10	R. 58 P.150	222
t_6					R. 15 P. 13	28

P = Promus R = Redoublants

Base : Tableau des taux moyens de promotion et de redoublement avec les hypothèses suivantes :

- Deux redoublements permis au cours du cycle mais deux redoublements consécutifs non autorisés;
- Nombre maximum d'années de scolarité : 7 ans.

D. COMMENT CALCULER DES TAUX DE RETENTION ?

Le calcul du taux de rétention permet de calculer la proportion théorique d'élèves d'une même cohorte qui, après une ou plusieurs années de scolarité, restent inscrits sur les registres scolaires. Ainsi pour le cycle de l'enseignement technique considéré lors de l'établissement du tableau de survie 1/ on calculera le taux de rétention pour chaque année et pour les 7 années de scolarité possibles puisque la réglementation en vigueur permet aux élèves de rester au maximum 7 ans dans le cycle considéré.

Le taux de rétention mesure la capacité que possède un système scolaire de retenir en son sein un certain nombre d'élèves.

Le taux de rétention tient compte des taux de promotion et de redoublement. En reprenant l'exemple choisi lors de l'établissement du tableau de survie d'une cohorte de 1 000 élèves, il est aisé d'arriver au calcul du taux de rétention.

Tableau D.1 Survie d'une cohorte de 1 000 élèves inscrits en 1ère année d'études en t_o

Année d'études / Année scolaire	1ère	2ème	3ème	4ème	5ème	Ensemble
t_o	1 000					1 000
t_1	R.120	P.800				920
t_2		R. 48 P. 96	P.696			840
t_3		R. 6	R. 35 P.125	P.626		792
t_4			R. 6 P. 5	R. 19 P.144	P.576	750
t_5				R. 4 P. 10	R. 58 P.150	222
t_6					R. 15 P. 13	28

P = Promus R = Redoublants

1/ Voir "Comment établir un tableau de survie".

En effet, l'analyse du mouvement des élèves de t_o à t_6 montre combien d'élèves restent chaque année scolaire dans le cycle.

Après une année de scolarité, il reste 920 élèves dans le cycle; au départ, il y avait 1 000 élèves, d'où après une année de scolarité la proportion d'élèves de la cohorte initiale qui reste dans le cycle sera de :

$$\frac{920}{1\,000}, \text{ soit } 0.92 \text{ ou } 92\%.$$

Après 2 années de scolarité, il reste dans le cycle 840 élèves, soit

$$\frac{840}{1\,000} = 0.84 = 84\% \text{ de l'effectif de départ;}$$

- après 3 années de scolarité, il reste $\frac{792}{1\,000} = 0.792 = 79.2\%$ de l'effectif de départ ;

- après 4 ans de scolarité, il reste $\frac{750}{1\,000} = 0.75 = 75\%$ de l'effectif de départ ;

- après 5 ans de scolarité, il reste $\frac{222}{1\,000} = 0.222 = 22.2\%$ de l'effectif de départ ;

- après 6 ans de scolarité, il reste $\frac{28}{1\,000} = 0.028 = 2.8\%$ de l'effectif de départ.

La proportion de la cohorte qui survit dans le cycle ou <u>taux de rétention</u> est :

	<u>Taux de rétention</u>
	%
- Après 1 année de scolarité	92.0
- Après 2 années de scolarité	84.0
- Après 3 années de scolarité	79.2
- Après 4 années de scolarité	75.0
- Après 5 années de scolarité	22.2
- Après 6 années de scolarité	2.8

E. COMMENT VERIFIER LA VRAISEMBLANCE DES RESULTATS OBTENUS DANS LE TABLEAU DE SURVIE ?

Il est possible de vérifier la vraisemblance des résultats portés dans le tableau de survie et qui indiquent selon le nombre d'années de scolarité la proportion de la cohorte qui survit dans le cycle considéré.

Dans le cas examiné dans les deux "Comment..." précédents, les résultats obtenus étaient les suivants :

- après 1 année de scolarité,
  920 élèves survivent des 1 000 de la cohorte initiale soit 92%;

- après 2 années de scolarité,
  840 élèves survivent des 1 000 de la cohorte initiale soit 84%;

- après 3 années de scolarité,
  792 élèves survivent des 1 000 de la cohorte initiale soit 79.2%;

- après 4 années de scolarité,
  750 élèves survivent des 1 000 de la cohorte initiale soit 75%;

- après 5 années de scolarité,
  222 élèves survivent des 1 000 de la cohorte initiale soit 22.2%;

- après 6 années de scolarité,
  28 élèves survivent des 1 000 de la cohorte initiale soit 2.8%.

Le nombre total des élèves inscrits dans le cycle considéré de l'enseignement technique est, compte tenu des règlements en vigueur, dans le pays considéré, composé des élèves qui après avoir été inscrits pour la première fois en première année d'études de ce cycle d'enseignement technique ont survécu lors des différents passages dans les années d'études supérieures ; ils ont ou non bénéficié d'un ou de deux redoublements.

Etant donné que le nombre maximum d'années de scolarité autorisé est 7,

en t_j il y aura dans le cycle des élèves qui se sont inscrits pour la première fois en première année d'études soit en t_j, soit en t_{j-1}, soit en t_{j-2}, soit en t_{j-3}, soit en t_{j-4}, soit en t_{j-5}, soit en t_{j-6}.

Il ne peut, en t_j, y avoir dans le cycle un élève qui se soit inscrit pour la première fois en première année d'études en t_{j-7} ou plus tôt, car il serait en 8ème année de scolarité, ou plus, ce que les règlements en vigueur n'acceptent pas. Ceci naturellement sauf cas exceptionnels.

De même, il ne peut y avoir dans le cycle aucun autre élève que ceux qui ont été inscrits pour la première fois en 1ère année d'études en t_j, ou t_{j-1}, t_{j-2}, t_{j-3}, t_{j-4}, t_{j-5}, t_{j-6}.

Le taux de rétention indique pour chaque ensemble d'élèves inscrits pour la première fois en première année d'études la proportion de ces élèves qui restent après une ou plusieurs années de scolarité.

Ainsi, la proportion des élèves inscrits pour la première fois en première année d'études en t_{j-1} qui sont encore inscrits dans le cycle en t_j, est de 92%; en effet, le taux de rétention après une année de scolarité est 92%; et ainsi de suite.

Il est ainsi possible de calculer l'effectif théorique du cycle de l'enseignement technique en t_j.

Elèves nouveaux inscrits en 1ère année d'études		Seront toujours inscrits en t_j	
Année scolaire	Nombre	Pourcentage	Nombre théorique
t_j	28 400	100	28 400
t_{j-1}	26 500	92.0	24 380
t_{j-2}	25 600	84.0	21 504
t_{j-3}	24 000	79.2	19 008
t_{j-4}	22 500	75.0	16 875
t_{j-5}	21 200	22.2	4 706
t_{j-6}	20 000	2.8	560

L'effectif théorique en t_j est la somme de tous les élèves inscrits en première année d'études pour la première fois en t_j, t_{j-1}, t_{j-2}, t_{j-3}, t_{j-4}, t_{j-5}, t_{j-6}, et qui en t_j sont toujours restés dans le cycle.

Ici, en t_j, l'effectif théorique sera :

	28 400
	24 380
	21 504
	19 008
	16 875
	4 706
	560
Ensemble :	115 433

On peut donc juger de la vraisemblance des résultats obtenus lors de l'analyse de la survie d'une cohorte en comparant l'effectif théorique obtenu pour t_j, soit 115 433 avec l'effectif réel en t_j, soit 116 400.

Dans ce cas, l'effectif théorique représente 99% de l'effectif réel; on peut dire que les résultats obtenus lors de l'analyse de la survie d'une cohorte à travers le cycle considéré de l'enseignement technique du pays donné sont vraisemblables.

Nota

Dans bien des cas, des tableaux de survie sont publiés sans que l'étude de la vraisemblance ait été faite; et il arrive trop souvent qu'une telle étude révèle que les résultats obtenus sont loin d'être vraisemblables. Ceci est dû principalement au fait que le tableau de survie est jusqu'à maintenant presque toujours basé sur le taux brut de redoublement, alors que le taux net de doublement 1/ devrait être utilisé. Plus loin, lors de l'évaluation de l'ampleur du phénomène de redoublement, la distinction entre les différents taux de redoublement sera faite.

1/ Taux net de doublement = $\dfrac{\text{Nombre de doublants, } a_i,\ t_j}{\text{Nombre de nouveaux inscrits, } a_i,\ t_{j-1} \text{ (promus)}} \times 100$

F. COMMENT UTILISER LE TABLEAU DE SURVIE POUR ESTIMER LA PRODUCTIVITE DE L'ANNEE-ELEVE ?

On obtient la productivité de l'année-élève d'un cycle donné en faisant le rapport entre le nombre d'années-élèves fournies et qui ont été utiles 1/ et le nombre total d'années-élèves fournies dans le cycle durant la circulation à travers le cycle de la cohorte considérée au départ.

- Une année de scolarité accomplie par un élève donne une année-élève (1 x 1);

- 2 années de scolarité accomplies par un élève donnent 2 années-élèves (2 x 1);

- une année de scolarité accomplie par 10 élèves donne 10 années-élèves (1 x 10);

- 3 années de scolarité accomplies par 20 élèves donnent 60 années-élèves (3 x 20).

Le tableau de survie obtenu en reprenant l'exemple choisi dans les trois "Comment....." précédents permet de calculer à la fois le nombre d'années-élèves utiles et le nombre d'années-élèves fournies.

Le nombre d'années-élèves utiles est la somme des années de scolarité accomplies par l'ensemble des élèves sortant du cycle considéré au niveau de l'année terminale.

En t_4, 576 élèves étaient inscrits en 5ème année; parmi ces 576 élèves 58 redoubleront en t_5, donc avant t_5, 576 - 58 = 518 élèves sont sortis du cycle au niveau de la 5ème année d'études après avoir accompli 5 années de scolarité.

En t_5, 58 redoublants sont inscrits en 5ème année d'études; ces redoublants ne resteront pas dans le cycle en t_6, donc ils sortiront après 6 années de scolarité.

Avec ces 58 redoublants sont inscrits en 5ème année d'études 150 promus parmi lesquels 15 redoubleront en t_6. Donc, 150 - 15 = 135 élèves sortiront au niveau de la 5ème année d'études après 6 années de scolarité.

En t_6, 15 redoublants et 13 promus sont inscrits en 5ème année d'études.

Ces 28 (15 + 13) élèves ne seront pas dans le cycle en t_7; ils sortent du cycle après 7 années de scolarité.

1/ Ici une année-élève sera dite utile quand elle permet à un élève d'accomplir l'ensemble du cycle dans le cadre des règlements en vigueur. Une année de scolarité qu'un élève accomplit pour redoubler une année d'études donne une année-élève utile, si cela permet à cet élève de parvenir en année terminale.

Dans l'ensemble, le nombre d'années-élèves dispensées et qui ont été utiles sera :

$$\begin{aligned} 518 \times 5 &= 2\,590 \\ (58 + 135)\ 6 &= 1\,158 \\ (15 + 13)\ 7 &= \underline{\quad 196} \\ \text{Total :} \quad & \quad 3\,944 \end{aligned}$$

Le nombre d'années-élèves fournies est la somme de toutes les années-élèves fournies à l'ensemble des élèves de la cohorte initiale.

- En t_0, 1 000 élèves ont accompli une année de scolarité, d'où il a été fourni ? 1 000 x 1 = 1 000 années-élèves;

- en t_1, 920 élèves ont accompli une année de scolarité, d'où il a été fourni en t_1 : 920 x 1 = 920 années-élèves;

- en t_2, 840 élèves ont accompli une année de scolarité, d'où il a été fourni 840 x 1 = 840 années-élèves;

- en t_3, 792 élèves ont accompli une année de scolarité, d'où il a été fourni 792 x 1 = 792 années-élèves;

- en t_4, 750 élèves ont accompli une année de scolarité, d'où il a été fourni 750 x 1 = 750 années-élèves;

- en t_5, 222 élèves ont accompli une année de scolarité, d'où il a été fourni 222 x 1 = 222 années-élèves;

- en t_6, 28 élèves ont accompli une année de scolarité, d'où il a été fourni 28 x 1 = 28 années-élèves.

Dans l'ensemble, le nombre total d'années-élèves fournies est :

$$\begin{array}{r} 1\,000 \\ 920 \\ 840 \\ 792 \\ 750 \\ 222 \\ 28 \\ \hline 4\,552 \end{array}$$

Il vient donc :

$$\text{Productivité de l'année-élève} = \frac{\text{Nombre d'années-élèves utiles}}{\text{Nombre d'années-élèves fournies}}$$

ou

$$\text{Productivité de l'année-élèves} = \frac{3\,944}{4\,552} = 0.866 \sim 87\%.$$

G. COMMENT ETABLIR A PARTIR DU TABLEAU DE SURVIE UN TABLEAU DE SORTIE PAR NIVEAU ?

Dans le tableau de survie le mouvement d'une cohorte de 1 000 élèves est analysé durant le nombre maximum d'années de scolarité permis, dans le cadre des règlements en vigueur, dans le cycle considéré.

Cette survie des 1 000 élèves de la cohorte dépend de la valeur des taux de promotion et de redoublement.

Le tableau de sortie est, en quelque sorte, le complément du tableau de survie. Ainsi, si le tableau de survie indique que sur 1 000 élèves inscrits en t_o, en première année d'études, il en reste 920 inscrits dans le cycle en t_1, le tableau de sortie indiquera que de t_o à t_1, il est sorti : 1 000 - 920 = 80 élèves du cycle considéré.

Les 1 000 élèves étant tous, en t_o, inscrits en première année, les 80 élèves sortants du cycle avant t_1, sortent au niveau de la première année d'études.

En t_2, le tableau de survie indique que 840 élèves sont encore inscrits dans le cycle considéré; d'où il s'en déduit qu'entre t_1 et t_2, 920 - 840 = 80 élèves sont sortis du cycle.

Etant donné qu'en t_1, parmi les 920 élèves inscrits dans le cycle, certains étaient inscrits en 1ère année d'études et d'autres en 2ème, ceux qui sortent du cycle sortent soit au niveau de la 1ère année d'études, soit au niveau de la 2ème année d'études.

En t_1, 120 élèves étaient inscrits en 1ère année d'études; parmi ces 120 élèves, 96 sont en t_2, inscrits en 2ème année d'études d'où : 120 - 96 = 24 élèves qui sortent de t_1 à t_2 du cycle au niveau de la 1ère année d'études.

En t_1, 800 élèves étaient inscrits en 2ème année d'études; parmi ces 800 élèves, 696 sont, en t_2, inscrits en 3ème année d'études et 48 sont, en t_2, inscrits en 2ème année d'études; d'où 800 - (696 + 48) = 56 élèves qui de t_1 à t_2 sortent du cycle au niveau de la 2ème année d'études.

Par conséquent, de t_1 à t_2, 24 sortent du cycle au niveau de la 1ère année d'études;
56 sortent du cycle au niveau de la 2ème année d'études

au total : 80 sortent du cycle.

En raisonnant de la même manière jusqu'en t_6, on trouvera le nombre des élèves qui sortent du cycle selon l'année d'études de sortie.

La distribution de ces sortants par année d'études et par année scolaire figure au tableau G.2.

Sur ce tableau, on peut lire par année d'études le nombre des sortants répartis par année scolaire et le nombre des sortants par année scolaire répartie par année d'études.

Tableau G.1 Survie d'une cohorte de 1 000 élèves

Année d'études / Année scolaire	1ère	2ème	3ème	4ème	5ème	Ensemble
t_o	1 000					1 000
t_1	R.120	P 800				920
t_2		R. 48 P. 96	P.696			840
t_3		R. 6	R. 35 P.125	P.626		792
t_4			R. 6 P. 5	R. 19 P.144	P.576	750
t_5				R. 4 P. 10	R. 58 P.150	222
t_6					R. 15 P. 13	28

P = Promus R = Redoublants

Base : Tableau de taux de promotion et de redoublement avec les hypothèses suivantes :

- deux redoublements permis au cours du cycle mais deux redoublements consécutifs non autorisés;
- nombre maximum d'années de scolarité : 7 ans.

Tableau G.2 Sortie des 1 000 élèves d'une même cohorte selon le niveau de sortie et l'année scolaire

Niveau de sortie / Année scolaire	1ère année d'études	2ème année d'études	3ème année d'études	4ème année d'études	5ème année d'études	Ensemble
de t_o à t_1	80					80
de t_1 à t_2	24	56				80
de t_2 à t_3		13	35			48
de t_3 à t_4		1	10	31		42
de t_4 à t_5			1	9	518	528
de t_5 à t_6				1	193	194
t_6					28	28
Total	104	70	46	41	739	1 000

Base : Tableau de survie.

H. COMMENT EVALUER L'AMPLEUR DU PHENOMENE DE REDOUBLEMENT ?

L'ampleur du phénomène de redoublement peut être évaluée en utilisant divers indicateurs; ce pourra être :

. pourcentage de redoublants,

. taux de redoublement,

. taux de doublement, de triplement,

. taux brut et taux net de doublement.

1. Pourcentage de redoublants

L'effectif total d'une année d'études, de l'ensemble de plusieurs années d'études, ... est composé d'élèves qui ont été promus, qui ont pu passer dans l'année d'études supérieure et d'élèves qui redoublent leur année d'études, qui sont pour la 2ème, 3ème fois ou plus dans la même année d'études.

Effectif total : promus + redoublants.

Sur un effectif total donné, il y a donc un certain nombre de redoublants. Calculer le pourcentage de redoublants signifie calculer combien, en moyenne, sur 100 élèves de l'effectif total il y a de redoublants.

Le pourcentage de redoublants s'obtient donc ainsi :

$$\frac{\text{Nombre de redoublants} \times 100}{\text{Effectif total}}$$

Tableau H.1 Nombre total d'élèves et nombre de redoublants inscrits en année terminale du cycle primaire, pour 4 régions, en 1967/68 et en 1968/69

Région	Nombre d'élèves inscrits			
	En 1967/68		En 1968/69	
	Total	Dont redoublants	Total	Dont redoublants
Région A	20 000	8 140	19 500	7 800
Région B	35 000	10 770	36 000	11 550
Région C	15 000	3 146	20 000	8 250
Région D	40 000	16 930	41 000	15 600

Exemple :

Les données contenues dans le tableau H.1 permettent le calcul de pourcentages.

$$\text{Pourcentage de redoublants région A, 1967/68} = \frac{\text{Nombre redoublants, 1967/68}}{\text{Effectif total, 1967/68}} \times 100$$

$$= \frac{8\,140}{20\,000} \times 100 = 40.7\%$$

$$\text{Pourcentage de redoublants région D, 1968/69} = \frac{\text{Nombre redoublants, 1968/69}}{\text{Effectif total, 1968/69}} \times 100$$

$$= \frac{15\,600}{41\,000} \times 100 = 38.0\%$$

2. Taux de redoublement

Pour l'explication (et des exemples) du calcul du taux de redoublement, voir "Comment calculer taux de redoublement, taux de promotion?".

Exemple

$$\text{Taux de redoublement année terminale, 1967/68 région B} = \frac{\text{Nombre redoublants, année terminale, 1968/69}}{\text{Effectif total, année terminale, 1967/68}}$$

$$= \frac{11\,550}{35\,000} \times 100$$

$$= 33\%$$

$$\text{En région C taux de redoublement année terminale, 1967/68} = \frac{8\,250}{15\,000} \times 100$$

$$= 55\%$$

Nota :

Le taux de redoublement qui vient d'être calculé et dont la définition est donnée dans "Comment calculer taux de redoublement, taux de promotion" est plus précisément appelé taux brut indifférencié de redoublement; taux indifférencié, car il ne tient pas compte de la distinction entre les élèves qui sont inscrits en une année d'études pour la 2ème fois, la 3ème, parfois même pour la 4ème fois ou plus; taux brut, car le rapport du nombre de ces élèves qui répètent est établi avec l'effectif total composé de redoublants et de promus.

3. Doublement et triplement

Maintenant, le taux de redoublement sera appelé "taux brut indifférencié de redoublement" avec :

$$\text{Taux brut indifférencié de redoublement, 2ème année d'études, 1969} = \frac{\text{Nombre redoublants, 2ème, 1970}}{\text{Effectif total, 2eme, 1969}} \times 100$$

Ce taux brut indifférencié de redoublement est distinct du taux brut de doublement, du taux brut de triplement.

Le taux brut de doublement s'obtient en faisant le rapport entre le nombre des élèves qui se trouvent pour la 2ème fois (2 années scolaires consécutives) inscrits dans une même année d'études (doublants) et l'effectif total de cette même année d'études, l'année scolaire précédente.

$$\text{Taux brut de doublement, 2ème année d'études, 1969} = \frac{\text{Nombre de doublants, 2ème, 1970}}{\text{Effectif total, 2eme, 1969}} \times 100$$

Le taux brut de triplement s'obtient en faisant le rapport entre le nombre des élèves qui se trouvent pour la 3ème fois (3 années scolaires consécutives) inscrits dans une même année d'études (triplants) et l'effectif total de cette même année d'études, l'année scolaire précédente.

Taux brut de triplement, 2ème année d'études, 1969 = $\frac{\text{Nombre de triplants, 2ème, 1970}}{\text{Effectif total, 2eme, 1969}} \times 100$

Exemples :

Les données des tableaux H. 1 et 2 vont permettre de prendre des exemples.

Tableau H.2 Doublement et triplement (nombre d'élèves) en année terminale du cycle primaire, 1968/69

Région	Total	Nombre d'élèves inscrits			
		Pour la 1ère fois	Pour la 2ème fois	Pour la 3eme fois	Pour la 4ème fois ou plus
Région A	19 500	11 700	7 000	720	80
Région B	36 000	24 450	9 450	1 540	560
Région C	20 000	11 750	7 350	765	135
Région D	41 000	25 400	12 000	3 040	560

Taux brut de doublement, 1967/68 = $\frac{\text{Nombre de doublants, 1968/69}}{\text{Effectif total, 1967/68}} \times 100$

Pour la région A = $\frac{7\,000}{20\,000} \times 100 = 35\%$

Pour la région B = $\frac{9\,450}{35\,000} \times 100 = 27\%$

Pour la région C = $\frac{7\,350}{15\,000} \times 100 = 49\%$

Pour la région D = $\frac{12\,000}{40\,000} \times 100 = 30\%$

Taux brut de triplement, 1967/68 = $\frac{\text{Nombre de triplants, 1968/69}}{\text{Effectif total, 1967/68}} \times 100$

Pour la région A = $\frac{720}{20\,000} \times 100 = 3.6\%$

Pour la région B = $\frac{1\,540}{35\,000} \times 100 = 4.4\%$

Pour la région C = $\frac{765}{15\,000} \times 100 = 5.1\%$

Pour la région D = $\frac{3\,040}{40\,000} \times 100 = 7.6\%$

Tableau H.3 Doublement et triplement (taux) en année terminale du cycle, 1967/68

Région	Taux brut indifférencié de redoublement	Taux brut de doublement	Taux brut de triplement
	%	%	%
Région A	39	35	3.6
Région B	33	27	4.4
Région C	55	49	5.1
Région D	39	30	7.6

4. Taux brut indifférencié de redoublement et taux net de doublement

Il s'agit ici de faire la distinction entre le taux brut indifférencié de redoublement et le taux net de doublement.

Le taux brut indifférencié est le rapport entre le nombre des redoublants en une année d'études et l'effectif total de cette même année d'études, l'année scolaire précédente.

Le taux net de doublement est défini comme le rapport entre le nombre de doublants (élèves inscrits pour la 2ème fois dans une même année d'études) en une année d'études donnée et le nombre de nouveaux inscrits (ou promus) en cette même année d'études, l'année scolaire précédente.

$$\text{Taux net de doublement 4ème année d'études 1966} = \frac{\text{Nombre de doublants, 4ème, 1967}}{\text{Nouveaux inscrits, 4ème, 1966 (promus)}} \times 100$$

Exemples :

Les tableaux H.1 et 2 contiennent les données nécessaires pour calculer ce dernier taux.

Pour calculer le taux net de doublement en 1967/68, il est nécessaire d'avoir, pour l'année d'études considérée (ici année terminale du cycle primaire), le nombre de nouveaux inscrits (promus) en 1967/68.

Pour 1967/68, le tableau H.1 donne l'effectif total et le nombre de redoublants, par région, pour la dernière année du cycle.

Le nombre de nouveaux inscrits (promus) est trouvé par différence entre l'effectif total et le nombre de redoublants.

- Nouveaux inscrits, 1967/68 = Effectif total 1967/68 moins redoublants 1967/68

Il vient :

Nombre de nouveaux inscrits (promus) en année terminale, 1967/68 :

Région A 20 000 - 8 140 = 11 860
Région B 35 000 - 10 770 = 24 230
Région C 15 000 - 3 146 = 11 854
Région D 40 000 - 16 930 = 23 070

$$\text{Taux net de doublement année terminale 1967/68} = \frac{\text{Nombre de doublants, année terminale, 1968/69}}{\text{Nouveaux inscrits, année terminale, 1967/68 (promus)}} \times 100$$

Pour la région A : $\frac{7\,000}{11\,860} \times 100 = 59\%$

Pour la région B : $\frac{9\,450}{24\,230} \times 100 = 39\%$

Pour la région C : $\frac{7\,350}{11\,854} \times 100 = 62\%$

Pour la région D : $\frac{12\,000}{23\,070} \times 100 = 52\%$

Tableau H.4 Taux brut indifférencié de redoublement et taux net de doublement en année terminale du cycle primaire,. 1967/68

Région	Taux brut indifférencié de redoublement	Taux net de doublement
	%	%
Région A	39	59
Région B	33	39
Région C	55	62
Région D	39	52

Remarque :

Dans le pays dont les données ont servi à calculer ces taux, une autre région E, a les taux suivants :

- Taux brut indifférencié de redoublement = 48%
- Taux net de doublement = 85%

L'intérêt de cette distinction entre taux brut indifférencié de redoublement et taux net de doublement apparaît clairement; le taux brut indifférencié donne une idée sous-estimée de l'ampleur du phénomène de redoublement.

5. Relation entre taux brut indifférencié de redoublement et taux net de doublement

Le taux brut indifférencié de redoublement sera désigné par "b";

Le taux net de doublement sera désigné par "n".

Il vient , pour un pays où les élèves ne sont pas autorisés à tripler :

$$b\ (2\text{ème, }1969) = \frac{\text{Nombre de doublants, 2ème, 1970}}{\text{Effectif total, 2ème, 1969}} \times 100$$

$$n\ (2\text{ème, }1969) = \frac{\text{Nombre de doublants, 2ème, 1970}}{\text{Nouveaux inscrits, 2ème, 1969 (promus)}} \times 100$$

D'où :

$$\frac{b\ (2\text{ème},\ 1969)}{n\ (2\text{ème},\ 1969)} = \frac{\dfrac{\text{Nombre de doublants, 2ème, 1970}}{\text{Effectif total, 2eme, 1969}} \times 100}{\dfrac{\text{Nombre de doublants, 2ème, 1970}}{\text{Nouveaux inscrits, 2eme, 1969}} \times 100} \times 100$$

$$\frac{b\ (2\text{ème},\ 1969)}{n\ (2\text{ème},\ 1969)} = \frac{\text{Nombre doublants (2ème, 1970)}}{\text{Effectif total (2ème, 1969)}} \times \frac{\text{Nouv. Inscr. (2e, 1969)}}{\text{Nbre. doublants (2e, 1970)}} \times 100$$

$$\frac{b\ (2\text{ème},\ 1969)}{n\ (2\text{ème},\ 1969)} = \frac{\text{Nouveaux inscrits (2ème, 1969)}}{\text{Effectif total (2ème, 1969)}} \times 100$$

$\dfrac{\text{Nouveaux inscrits (2ème, 1969)}}{\text{Effectif total (2ème, 1969)}} \times 100$ donne le pourcentage de nouveaux inscrits en 2ème année d'études en 1969.

Par conséquent :

Le rapport entre le taux brut indifférencié de redoublement et le taux net de doublement en une année d'études donnée est (dans un pays sans triplement) égal au pourcentage de nouveaux inscrits dans l'année d'études considérée.

Dans un pays où les élèves sont autorisés à rester plus de deux années scolaires consécutives dans la même année d'études, la relation indiquée ci-dessus existe, non pas entre taux brut indifférencié de redoublement et taux net de doublement, mais entre taux brut de doublement et taux net de doublement.

Le pourcentage des nouveaux inscrits (ou promus) est le complément à 100 du pourcentage de redoublants.

Pour passer du taux brut indifférencié de redoublement au taux net de doublement, on multiplie le premier taux par l'inverse du pourcentage des redoublants ou par l'inverse du complément à 100 du pourcentage de nouveaux inscrits (ou promus) dans l'année d'études considérée. Ce coefficient, par lequel il faut multiplier le taux brut indifférencié pour obtenir le taux net, a été calculé pour un pourcentage de redoublants variant de 0 à 50%; il figure dans le tableau H.5 et est désigné par C.

Exemple :

En se basant sur les tableaux H.1 et 3 d'un pays où le triplement est permis, on a :

	Région A	Région C
- Pourcentage de redoublants, 1967/68	40.7%	21.0%
- Taux brut de doublement, 1967/68	35.0%	49.0%

Tableau H.5

$$C = \frac{1}{1 - \% \text{ redoublants}}$$

Pourcentage de redoublants	C	Pourcentage de redoublants	C
%		%	
0	1	30	1 429
1	1 001	31	1 449
2	1 020	32	1 471
3	1 031	33	1 493
4	1 042	34	1 515
5	1 053	35	1 538
6	1 064	36	1 563
7	1 075	37	1 587
8	1 087	38	1 613
9	1 099	39	1 639
10	1 111	40	1 667
11	1 124	40.5	1 681
12	1 134	41	1 695
13	1 149	41.5	1 709
14	1 163	42	1 724
15	1 176	42.5	1 739
16	1 190	43	1 754
17	1 205	43 5	1 770
18	1 220	44	1 786
19	1 235	44.5	1 802
20	1 250	45	1 818
21	1 266	45.5	1 835
22	1 282	46	1 852
23	1 299	46.5	1 869
24	1 316	47	1 887
25	1 333	47.5	1 905
26	1 351	48	1 923
27	1 370	48.5	1 942
28	1 389	49	1 961
29	1 408	49.5	1 980
		50	2 000

Le tableau H.5 indique la valeur de C, facteur par lequel on doit multiplier le taux brut pour obtenir le taux net.

Région A, pour un pourcentage de redoublants

égal à 40.5%, C = 1 681

à 41 %, C = 1 695

pour 40.7%, C ≃ 1 687

D'où taux net = 35% x 1 687 = 59%.

Region C, pour un pourcentage de redoublants

égal à 21 %, C = 1 266

D'où taux net = 49% x 1 266 = 62%.

Le tableau H.4 permet la vérification de ces résultats.

La différence de valeur entre le taux net et le taux brut dépend de la valeur du rapport entre nombre de redoublants et nombre de nouveaux inscrits.

En effet,

en posant : $n = b + x$

$$\frac{b}{n} = \frac{N.I.}{E} \times 100 = \% \text{ N I} \quad \text{(avec N I = nouveaux inscrits)}$$

devient :

$$\frac{b}{b + x} = \% \text{ N I}$$

$$(b + x) \% \text{ N I} = b$$

$$x = \frac{b - b \% \text{ N I}}{\% \text{ N I}} = b \left(\frac{1 - \% \text{ N I}}{\% \text{ N I}}\right)$$

$$x = b \frac{\% \text{ R}}{\% \text{ N I}} \quad \text{(avec R = redoublants)}$$

$$\boxed{x = b \frac{R}{N I}} \quad \text{ou} \quad \boxed{n = b + b \frac{R}{N I}}$$

$$n - b = b \frac{R}{N I}$$

I. COMMENT ETABLIR UNE PROGRESSION-TYPE ?

Une progression-type est basée sur des taux moyens de progression.

Pour établir une progression-type 1/ :

1o.) Calculer les taux de progression 2/ de la première année d'études considérée à la deuxième, de la deuxième à la troisième et ainsi de suite jusqu'à la dernière.

Les calculs de ces différents taux doivent être faits pour plusieurs années scolaires.

2o.) Pour chaque taux de progression spécifique de la 1ère année d'études à la 2ème année d'études, de la 2ème année d'études à la 3ème année d'études, etc..., calculer la moyenne des taux obtenus pour les années scolaires considérées.

3o.) Appliquer successivement les différents taux moyens de progression trouvés à un effectif de 1 000 élèves inscrits en 1ère année d'études en l'année de base.

Exemple :

Etablir par sexe une progression type de l'enseignement primaire pour le pays dont les années figurent au tableau ci-après:

1/ IIEP. "Les rendements de l'enseignement du premier degré en Afrique francophone"; Paris,

2/ Le taux de progression se définit comme le rapport entre le nombre total d'élèves (étudiants) inscrits dans une année d'études donnée (classes, cours) et le nombre total d'élèves (étudiants) inscrits dans l'année d'études antérieure, l'année scolaire précédente.

Tableau I.1 Nombre d'élèves inscrits par année d'études et par sexe de 1964 à 1968
(Enseignement primaire)

Année scolaire / Année d'études et sexe		1964	1965	1966	1967	1968
I	M	62 203	66 434	65 084	69 398	76 235
	F	30 323	32 626	31 501	33 620	34 176
	MF	92 526	99 060	96 585	103 018	**110 411**
II	M	60 100	59 886	61 768	58 991	68 452
	F	26 210	27 291	27 734	25 455	30 077
	MF	86 310	87 177	89 502	84 446	98 529
III	M	56 233	57 543	58 790	56 815	58 802
	F	22 622	24 173	23 790	22 797	23 359
	MF	78 855	81 716	82 580	79 612	82 161
IV	M	51 080	54 102	55 128	51 317	57 199
	F	19 444	21 649	22 845	19 312	21 190
	MF	70 524	75 751	77 973	70 629	78 389
V	M	37 656	45 168	47 468	46 702	50 484
	F	13 458	16 584	18 204	17 045	17 981
	MF	51 114	61 752	65 672	63 747	68 465
VI	M	30 564	36 098	41 589	42 055	45 413
	F	9 728	12 187	15 245	13 755	15 992
	MF	40 292	48 285	56 834	55 810	61 405
VII	M	25 563	30 332	37 949	38 346	43 304
	F	7 135	8 756	11 769	11 210	13 127
	MF	32 698	39 088	49 718	49 556	56 431
Total	M	323 399	349 563	367 776	363 624	399 889
	F	128 920	143 266	151 088	143 194	155 902
	MF	452 319	492 829	518 864	506 818	555 791

Sources : 1964 : Ministry of Education, Northern Nigeria, "Classes, Enrolment and Teachers";

1965 : Ministry of Education, Northern Nigeria, "Classes, Enrolment and Teachers";

1966 : Ministry of Education, Northern Nigeria, "Statistics Year Book";

1967 : Ministry of Education, Northern "Classes, Enrolment and Teachers";

1968 : Statistics of education in each state.

1o.) Calcul du taux de progression

Sexe masculin :

Selon la définition donnée ci-dessus les taux de progression seront :

- taux de progression

$$\text{Année d'études I (1964) à Année d'études II (1965)} = \frac{59\,386}{62\,203} \times 100 = 96.3\%$$

- taux de progression

$$\text{Année d'études I (1965) à Année d'études II (1966)} = \frac{61\,768}{66\,434} \times 100 = 93.0\%$$

Ainsi de suite.

Sexe féminin :

Les taux de progression seront calculés de la même manière qu'expliqué précédemment.

Les résultats du calcul des taux de progression sont donnés dans le tableau ci-après :

Tableau I.2 Taux de progression période 1964-1968

Année scolaire	Sexe	De la 1ère année d'études à la 2ème année d'études	De la 2ème année d'études à la 3ème année d'études	De la 3ème année d'études à la 4ème année d'études	De la 4ème année d'études à la 5ème année d'études	De la 5ème année d'études à la 6ème année d'études	De la 6ème année d'études à la 7ème année d'études
		%	%	%	%	%	%
1964/65	M	96.3	95.7	96.2	88.4	95.9	99.2
	F	90.0	92.2	95.7	85.3	90.6	90.0
1965/66	M	93.0	98.2	95.8	87.7	92.1	105.1
	F	85.0	87.2	94.5	84.1	91.9	96.6
1966/67	M	90.6	92.0	87.3	84.7	88.6	92.2
	F	80.8	82.2	81.2	74.6	75.6	73.5
1967/68	M	98.6	99.7	100.7	98.4	97.2	103.0
	F	89.5	91.8	93.0	93.1	93.8	93.4

2o.) Calcul des taux moyens de progression d'une année d'études à la suivante

Sexe masculin :

Les taux de progression de la 1ère année d'études à la 2ème étaient :

96.3% de 1964 à 1965
93.0% de 1965 à 1966
90.6% de 1966 à 1967
98.6% de 1967 à 1968

La somme de ces taux de progression est :

$$96.3\% + 93.0\% + 90.6\% + 98.6\% = 378.5\%$$

La moyenne des taux de progression de la 1ère année d'études à la 2ème année depuis 1964 jusqu'à 1968 est :

$$378.5\% : 4 = 94.6\%$$

Le calcul des taux moyens de progression de la 2ème année d'études à la 3ème année d'études, etc.... sera effectué de la même manière que ci-dessus. Il en est de même pour les calculs des taux moyens de progression se rapportant aux élèves de sexe féminin.

Tableau I.3 Taux moyens de progression, période 1964-1968

Sexe	De la 1ère année d'études à la 2ème année d'études	De la 2ème année d'études à la 3ème année d'études	De la 3ème année d'études à la 4ème année d'études	De la 4ème année d'études à la 5ème année d'études	De la 5ème année d'études à la 6ème année d'études	De la 6ème année d'études à la 7ème année d'études
	%	%	%	%	%	%
M	94.6	96.4	95.0	89.8	93.4	99.9
F	86.3	88.3	91.1	84.3	88.8	88.9

3o.) Progression-type de la 1ère année d'études à la 7ème année d'études

Sexe masculin :

Si on applique les taux moyens de progression donnés dans le tableau ci-dessus à un effectif de 1 000 élèves de sexe masculin inscrits en 1ère année d'études en t_o, on obtient :

96.4% x 1 000 = 946 garçons en 2ème année d'études, l'année scolaire suivante, soit en t_{+1}

96.4% x 946 = 912 garçons en 3ème année d'études en t_{+2}

95.0% x 912 = 866 garçons en 4ème année d'études en t_{+3}

89.8% x 866 = 778 garçons en 5ème année d'études en t_{+4}

93.4% x 778 = 727 garçons en 6ème année d'études en t_{+5}

99.9% x 727 = 726 garçons en 7ème année d'études en t_{+6}

Sexe féminin :

En procédant, pour les élèves de sexe féminin, de la même manière que ci-dessus, nous aurons 1 000 filles en 1ère année d'études en t_o, puis :

86.3% x 1 000 = 863 filles en 2ème année d'études en t_{+1}

88.3% x 863 = 762 filles en 3ème année d'études en t_{+2}

91.1% x 762 = 694 filles en 4ème année d'études en t_{+3}

84.3% x 694 = 585 filles en 5ème année d'études en t_{+4}

88.8% x 585 = 519 filles en 6ème année d'études en t_{+5}

88.9% x 519 = 461 filles en 7ème année d'études en t_{+6}

Résultat :

Tableau I.4 Progression-type dans l'enseignement primaire (Base : période 1964-1968)

Sexe	t_o	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
M	1 000	946	912	866	778	727	726
F	1 000	863	762	694	585	519	461

J. COMMENT ESTIMER LE COUT MOYEN (dépenses de fonctionnement) DE L'ELEVE ARRIVANT EN ANNEE TERMINALE D'UN CYCLE ?

Pour le calcul du coût moyen de l'élève arrivant en année terminale d'un cycle, il sera aussi tenu compte des années-élèves dispensées à des élèves n'ayant pas terminé le cycle considéré. Ce coût moyen ne sera donc pas obtenu en multipliant le coût unitaire moyen par la durée du cycle (6 ans pour un cycle de 6 ans) mais par un nombre supérieur qui tiendra compte des abandons et des redoublements.

La progression-type permet d'obtenir rapidement le facteur par lequel il convient de multiplier le coût unitaire moyen.

Ce facteur est le quotient de la somme des effectifs des différentes années d'études par l'effectif de l'année d'études terminale.

Exemple :

Progression-type dans un cycle primaire (6 ans) :

Sexe / Année d'études	Ensemble	Garçons	Filles
t_o	1 000	1 000	1 000
t_1	663	690	618
t_2	544	590	468
t_3	432	486	340
t_4	368	430	262
t_5	317	383	200

Pour l'ensemble (G + F) : la somme des effectifs des différentes années d'études est :

$$1\,000 + 663 + 544 + 432 + 368 + 317 = 3\,324$$

Cette somme doit être divisée par l'effectif de l'année d'études terminale, soit 317.

Le quotient (ou coefficient multiplicateur cherché) est :

$$\frac{3\,324}{317} = 10.49$$

Pour les garçons, il vient :

$$\frac{1\,000 + 690 + 590 + 486 + 430 + 383}{383} = 9.34$$

Pour les filles, il vient :

$$\frac{1\,000 + 618 + 468 + 340 + 262 + 200}{200} = 14.44$$

Le résultat peut être affiné en tenant compte pour chaque année d'études du nombre moyen d'élèves par maître.

K. COMMENT UTILISER LA FORMULE DITE DES INTERETS COMPOSES $P_{tn} = P_{to} (1 + i)^n$?

1. Formulation

Soit un pays ayant les caractéristiques suivantes :

Population totale en 1960 représentée par :

$$P_{1960}$$

Population totale en 1964 représentée par :

$$P_{1964}$$

Taux de croissance démographique représenté par :

i exprimé en pour cent (par exemple, i = 7% = 0.07)

/0.07 multiplié par 100 donne 7, ce qui signifie que le taux de croissance est de sept pour cent ou 7%./

En 1961, cette population sera égale à la population de 1960 plus un certain supplément égal à l'accroissement de population entre 1960 et 1961.

On sait que le taux de croissance est i.

On peut dire que l'accroissement entre 1960 et 1961 est égal à un certain pourcentage (i) de la population de départ, soit de P_{1960}; cet accroissement peut être exprimé par :

$$P_{1960} \times i$$

Donc,

en 1961, la population sera égale à :

$$P_{1961} = P_{1960} + P_{1960} \times i$$

ou :

$$P_{1961} = P_{1960} (1 + i)$$

En continuant de la même façon, on trouve pour 1962 :

$$P_{1962} = P_{1961} + P_{1961} \times i$$

ou :

$$P_{1962} = P_{1961} (1 + i)$$

Puisque :

$$P_{1961} = P_{1960} (1 + i)$$

il vient :

$$P_{1962} = P_{1960} (1 + i) (1 + i)$$

ou :

$$P_{1962} = P_{1960} (1 + i)^2.$$

Pour 1963 :

$$P_{1963} = P_{1962} (1 + i)$$

ou :

$$P_{1963} = P_{1960} (1 + i)^2 (1 + i)$$

ou :

$$P_{1963} = P_{1960} (1 + i)^3.$$

En 1964 :

$$P_{1964} = P_{1963} (1 + i)$$

ou :

$$P_{1964} = P_{1960} (1 + i)^3 (1 + i)$$

ou :

$$P_{1964} = P_{1960} (1 + i)^4$$

et ainsi de suite.

On remarque :

1) que la population de chaque année P_{1961}, P_{1962}, etc. s'obtient en multipliant la population de l'année précédente P_{1960}, P_{1961}, par un facteur toujours le même $(1 + i)$; ceci caractérise la progression géométrique.

2) que l'exposant de $(1 + i)$ correspond à la différence entre les deux années considérées.

Ainsi, entre 1960 et 1964, il y a 4 années de différence, aussi l'exposant de $(1 + i)$ est-il 4.

Si in pose : $1960 = t_o$

$1964 = t_n$

l'expression : $P_{1964} = P_{1960} (1 + i)^4$

devient : $P_{tn} = P_{to} (1 + i)^{t_n - t_o}$

ou : $$\boxed{P_{t_n} = P_{t_o} (1 + i)^n}$$

Remarque :

1) Cette formule n'est pas uniquement employée dans le domaine démographique mais est d'un emploi très général pourvu qu'il s'agisse d'un ensemble qui s'accroît selon une progression géométrique. Ce peut être le cas des effectifs primaires, d'une "capitalisation" de l'intérêt, ...

2) Bien que l'exposant "n" exprimant le nombre de périodes de croissance ait été défini ci-dessus comme la différence en années entre deux années données et soit le plus souvent exprimé en années, il peut arriver que le nombre de périodes de croissance soit calculé non pas par période d'un an, mais par périodes plus courtes ou plus longues.

2. Table d'intérêts composés

Le calcul de la valeur d'un des termes de la formule :

$$P_{tn} = P_{to} (1 + i)^n$$

connaissant les autres, nécessite l'emploi d'une table de logarithmes.

$$\log P_{tn} = \log P_{to} + n \log (1 + i)$$

Par exemple, si l'on veut connaître i sachant que :

$$P_{to} = 2\,000$$

$$P_{tn} = 2\,740$$

$$n = 5$$

on aura :

$$\log \frac{P_{tn}}{P_{to}} = n \log (1 + i)$$

$$\log (1.370) = 5 \log (1 + i)$$

$$\log (1 + i) = \frac{\log (1.370)}{5}$$

$$i = 0.065 \% = 6.5\% .$$

Toutefois, il existe des tables qui évitent l'emploi d'une table de logarithmes.

Ainsi, par exemple : "Les nouvelles tables financières" établies par un ordinateur électronique, par A. Malta; DUNOD; Paris, 1963;

"Tables économiques et financières, notions et usages", par G. Théry; DUNOD; Paris, 1968;

"Growth Rate Tables" par H.T. Burley; Cambridge University Press, 1966.

Ces tables donnent généralement la valeur de $(1 + i)^n$.

Il a été donné ci-après, en annexe, pour n variant de 1 à 35 et pour des valeurs de i de 1%, 2%, 3% ... jusqu'à 16%, la valeur de $(1 + i)^n = u^n$.

Exemple :

Trouver la valeur de $(1 + i)^n$ quand $n = 6$ et $i = 7\% = 0.07$.

Dans la colonne n, on trouve la ligne 6 ($n = 6$); sur la ligne 1%, on trouve la colonne 7.00 ($i = 7\% = 0.07$).

L'intersection de la ligne $n = 6$ avec la colonne $i = 7.00\%$ ($= 0.07$) donne la valeur de $u^n = (1 + i)^n$:

$$(1 + 0.07)^6 = 1.50.$$

3. Exemples d'utilisation

(1) Dans un pays considéré, le nombre d'élèves inscrits dans les établissements d'enseignement primaire s'élève en 1970 à 200 000.

Sachant que le taux moyen d'accroissement annuel des effectifs primaires est de 4% (ou 0.04), quel sera le nombre d'élèves inscrits dans les établissements d'enseignement primaire en 1975 ?

Dans ce cas, la formule :

$$P_{tn} = P_{to} (1 + i)^n$$

s'écrit :

$$P_{1975} = 200\,000 (1 + 0.04)^5$$

car :

P_{to} = 200 000 (200 000 élèves en 1970)

$i = 4\% = 0.04$

et : $n = 5$ (1975 - 1970)

et :

P_{tn} = effectifs en 1975, ce que l'on cherche.

On cherche tout d'abord la valeur de $u^n = (1 + i)^n$, soit ici la valeur de $(1 + 0.04)^5$.

Dans la table, à l'intersection de la ligne n = 5 avec la colonne i = 4% (= 0.04), on trouve la valeur de :

$$(1 + 0.04)^5 = 1.22$$

d'où :

$$P_{1975} = 200\,000 \times 1.22 = 244\,000.$$

(ii) En 1971, il y a 50 000 élèves inscrits dans l'enseignement secondaire, on désire qu'en 1977 les effectifs soient de 75 000. Quel devra être le taux moyen d'accroissement annuel des effectifs de l'enseignement secondaire ?

Dans ce cas, on a :

$$P_{tn} = P_{1977} = 75\,000$$

$$P_{to} = P_{1971} = 50\,000$$

n = 1977 - 1971 = 6

i = taux moyen d'accroissement annuel, ce que l'on cherche.

$$P_{tn} = P_{to} (1 + i)^n$$

s'écrit :

$$75\,000 = 50\,000 (1 + i)^6$$

$$\frac{75\,000}{50\,000} = 1.50 = (1 + i)^6$$

$$(1 + i)^6 = 1.50.$$

Il faut trouver la valeur de i connaissant n et u^n. Dans la table, on se reporte à la ligne n = 6 de la colonne n et on regarde pour quelle colonne de i on trouve la valeur 1.50.

On trouve 1.50 à l'intersection de la ligne n = 6 avec la colonne i = 7.00% (= 0.07).

Le taux moyen d'accroissement annuel devra être de 7% (=0.07).

(iii) En 1965, le nombre des maîtres de l'enseignement primaire était de 2 500; en 1970, le nombre de maîtres était de 3.350. Quel a été le taux moyen d'accroissement du nombre de maîtres dans l'enseignement primaire ?

La formule :

$$P_{tn} = P_{to} (1 + i)^n$$

s'écrit :

$$3\,350 = 2\,500 (1 + i)^5$$

avec :

$$P_{tn} = P_{1970} = 3\,350$$

$$P_{to} = P_{1965} = 2\,500$$

$$n = 1970 - 1965 = 5$$

i = taux moyen d'accroissement annuel, ce que l'on cherche.

$$(1 + i)^5 = \frac{3\,350}{2\,500} = 1.34.$$

Il faut trouver la valeur de i pour n = 5 et $u^n = 1.34$.

Dans la table, on se reporte à la ligne n = 5 et on cherche sur cette ligne pour quelle colonne on trouve 1.34.

$$i = 6\% \ (0.06).$$

Le taux moyen d'accroissement annuel a été de 6%.

(iv) En 1971, les effectifs de l'enseignement technique s'élèvent à 30 000; avec un taux moyen d'accroissement annuel de 8% (= 0.08), quand l'enseignement technique aura-t-il doublé ses effectifs ?

La formule :

$$P_{tn} = P_{to} (1 + i)^n$$

peut s'écrire :

$$\frac{P_{tn}}{P_{to}} = (1 + i)^n$$

dans ce cas :

$$\frac{P_{tn}}{P_{to}} = 2.00$$

$$i = 8\% = 0.08$$

d'où : $$(1 + 0.08)^n = 2.00.$$

Il faut trouver la valeur de n pour $u^n = 2.00$ et $i = 8\%$.

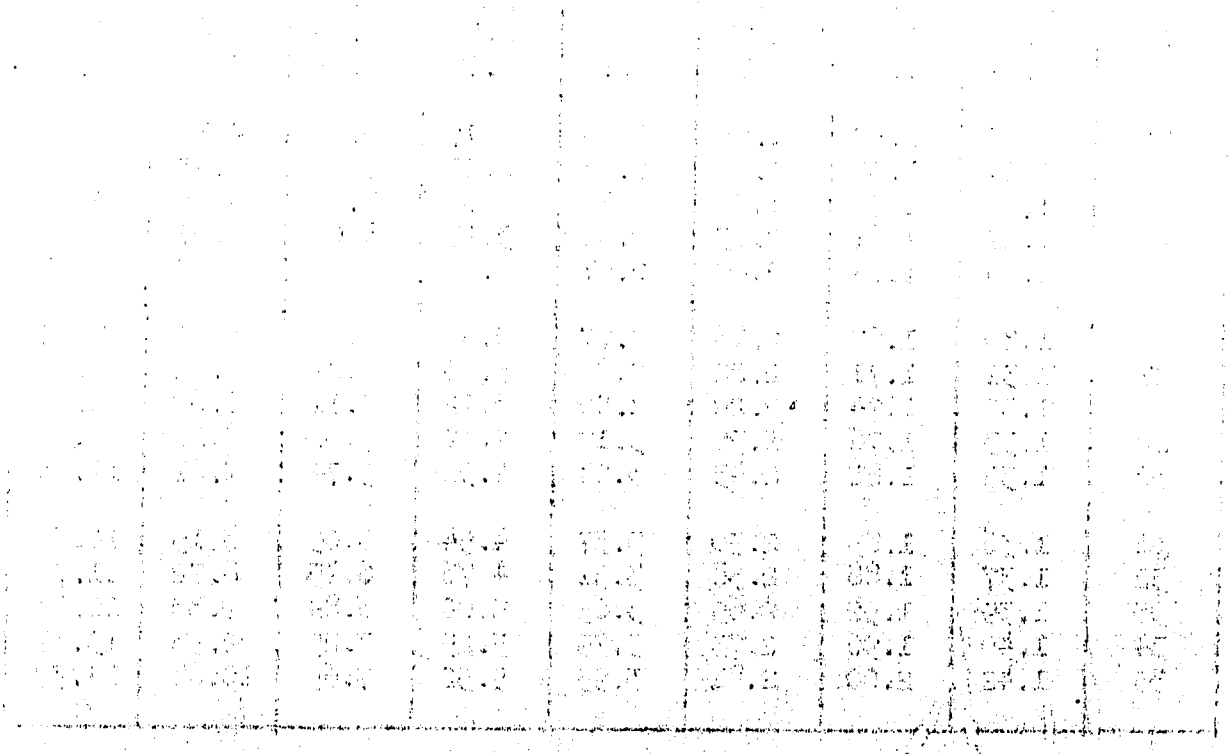
Dans la table, on se reporte à la colonne 8.00 de la ligne 1% et on cherche dans cette colonne $i = 8\%$, la valeur 2.00. On trouve cette valeur 2.00 à l'intersection de la ligne $n = 9$.

L'enseignement technique aura donc doublé ses effectifs en :

$$1971 + 9 = 1980.$$

ANNEXE

$$u^n = (1 + 1)^n$$



n \ 1%	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00
1	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08
2	1.02	1.04	1.06	1.08	1.10	1.12	1.14	1.17
3	1.03	1.06	1.09	1.12	1.16	1.19	1.23	1.26
4	1.04	1.08	1.13	1.17	1.22	1.26	1.31	1.36
5	1.05	1.10	1.16	1.22	1.28	1.34	1.40	1.47
6	1.06	1.13	1.19	1.27	1.34	1.42	1.50	1.59
7	1.07	1.15	1.23	1.32	1.41	1.50	1.61	1.71
8	1.08	1.17	1.27	1.37	1.48	1.59	1.72	1.85
9	1.09	1.20	1.30	1.42	1.55	1.69	1.84	2.00
10	1.10	1.22	1.34	1.48	1.63	1.79	1.97	2.16
11	1.12	1.24	1.38	1.54	1.71	1.90	2.10	2.33
12	1.13	1.27	1.43	1.60	1.80	2.01	2.25	2.52
13	1.14	1.29	1.47	1.67	1.89	2.13	2.41	2.72
14	1.15	1.32	1.51	1.73	1.98	2.26	2.58	2.94
15	1.16	1.35	1.56	1.80	2.08	2.49	2.76	3.17
16	1.17	1.37	1.60	1.87	2.18	2.54	2.95	3.43
17	1.18	1.40	1.65	1.95	2.29	2.69	3.16	3.70
18	1.20	1.43	1.70	2.03	2.41	2.85	3.38	4.00
19	1.21	1.46	1.75	2.11	2.53	3.03	3.62	4.32
20	1.22	1.49	1.81	2.19	2.65	3.21	3.87	4.66
21	1.23	1.52	1.86	2.28	2.79	3.40	4.14	5.03
22	1.24	1.55	1.92	2.37	2.93	3.60	4.43	5.44
23	1.26	1.58	1.97	2.46	3.07	3.82	4.74	5.87
24	1.27	1.61	2.03	2.56	3.23	4.05	5.07	6.34
25	1.28	1.64	2.09	2.67	3.39	4.29	5.43	6.85
26	1.30	1.67	2.16	2.77	3.56	4.55	5.81	7.40
27	1.31	1.71	2.22	2.88	3.73	4.82	6.21	7.99
28	1.32	1.74	2.29	3.00	3.92	5.11	6.65	8.63
29	1.33	1.78	2.36	3.12	4.12	5.42	7.11	9.32
30	1.35	1.81	2.43	3.24	4.32	5.74	7.61	10.06
31	1.36	1.85	2.50	3.37	4.54	6.09	8.15	10.87
32	1.37	1.88	2.58	3.51	4.76	6.45	8.72	11.74
33	1.39	1.92	2.65	3.65	5.00	6.84	9.33	12.68
34	1.40	1.96	2.73	3.79	5.25	7.25	9.98	13.69
35	1.42	2.00	2.81	3.95	5.52	7.69	10.68	14.79

.../...

n \ 15%	9.00	10.00	11.00	12.00	13.00	14.00	15.00	16.00
1	1.09	1.10	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16
2	1.19	1.21	1.23	1.25	1.28	1.30	1.32	1.35
3	1.30	1.33	1.37	1.40	1.44	1.48	1.52	1.56
4	1.41	1.46	1.52	1.57	1.63	1.69	1.75	1.81
5	1.54	1.61	1.69	1.76	1.84	1.93	2.01	2.10
6	1.68	1.77	1.87	1.97	2.08	2.19	2.31	2.44
7	1.83	1.95	2.08	2.21	2.35	2.50	2.66	2.83
8	2.00	2.14	2.30	2.48	2.66	2.85	3.06	3.28
9	2.17	2.36	2.56	2.77	3.00	3.25	3.52	3.80
10	2.37	2.59	2.84	3.11	3.39	3.71	4.05	4.41
11	2.58	2.85	3.15	3.48	3.84	4.23	4.65	5.12
12	2.81	3.14	3.50	3.90	4.33	4.82	5.35	5.94
13	3.07	3.45	3.88	4.36	4.90	5.49	6.15	6.89
14	3.34	3.80	4.31	4.89	5.53	6.26	7.08	7.99
15	3.64	4.18	4.78	5.47	6.25	7.14	8.14	9.27
16	3.97	4.59	5.31	6.13	7.07	8.14	9.36	10.75
17	4.33	5.05	5.90	6.87	7.99	9.28	10.76	12.47
18	4.72	5.56	6.54	7.69	9.02	10.58	12.38	14.46
19	5.14	6.12	7.26	8.61	10.20	12.06	14.23	16.78
20	5.60	6.73	8.06	9.65	11.52	13.74	16.37	19.46
21	6.11	7.40	8.95	10.80	13.02	15.67	18.82	22.57
22	6.66	8.14	9.93	12.10	14.71	17.86	21.64	26.19
23	7.26	8.95	11.03	13.55	16.63	20.36	24.89	30.38
24	7.91	9.85	12.24	15.18	18.79	23.21	28.63	35.24
25	8.62	10.83	13.59	17.00	21.23	26.46	32.92	40.87
26	9.40	11.92	15.08	19.04	23.99	30.17	37.86	47.41
27	10.25	13.11	16.74	21.32	27.11	34.39	43.54	55.00
28	11.17	14.42	18.58	23.88	30.63	39.20	50.07	63.80
29	12.17	15.86	20.62	26.75	34.62	44.69	57.58	74.01
30	13.27	17.45	22.89	29.96	30.12	50.95	66.21	85.85
31	14.46	19.19	25.41	33.56	44.20	58.08	76.14	99.59
32	15.76	21.11	28.21	37.58	49.95	66.21	87.57	115.52
33	17.18	23.23	31.31	42.09	56.44	75.48	100.70	134.00
34	18.73	25.55	34.75	47.14	63.78	86.05	115.80	155.44
35	20.41	28.10	38.57	52.80	72.07	98.10	133.18	180.31

L. COMMENT CALCULER UN TAUX MOYEN D'ACCROISSEMENT ANNUEL ?

Période de croissance : 1 année

Pour calculer la valeur en pour cent (en %) d'un accroissement annuel, quand la période de croissance correspond à une année, on recherche quelle proportion de la valeur "initiale" représente l'accroissement obtenu au cours de l'année considérée.

Par exemple : il y avait 55 000 élèves inscrits dans les écoles primaires d'un pays considéré en 1969. L'année scolaire suivante, 1970, on compte 60 500 élèves dans l'enseignement primaire. Quel est le taux de croissance de l'effectif global des écoles primaires, entre 1969 et 1970 ?

La différence entre l'effectif de 1970 et de 1969 est :

$$60\ 500 - 55\ 000 = 5\ 500$$

En faisant le rapport de cette différence avec l'effectif de 1969, nous obtiendrons le taux de croissance entre 1969 et 1970 :

$$\frac{5\ 500}{55\ 000} = 0.10$$

0.10 multiplié par 100 donne 10, ce qui signifie que le taux de croissance cherché est de 10 pour 100 ou 10%.

Période de croissance : supérieure à 1 année

Un taux d'accroissement moyen annuel suppose que ce taux a été calculé sur une période plus longue qu'une année et qu'il s'agit d'une progression géométrique.

Pour chercher la valeur d'un tel taux, la formule dite des intérêts composés est utilisée.

Elle peut s'écrire sous la forme suivante :

$$P_{tn} = P_{to}\ (1 + i)^n .$$

(Pour l'explication et l'utilisation de cette formule, voir "Comment utiliser la formule dite des intérêts composés".)

Exemple :

En 1965, les effectifs de l'enseignement primaire d'un pays considéré s'élèvent à 55 000.

En 1970, les effectifs de l'enseignement primaire s'élèvent à 77 000.

Calculer le taux moyen d'accroissement annuel des effectifs de l'enseignement primaire entre 1965 et 1970.

En utilisant la formule :

$$P_{tn} = P_{to}\ (1 + i)^n$$

ou :

$P_{to} = 55\ 000$

$P_{tn} = 77\ 000$

$n = 5$ (1970 - 1965 = 5)

i = taux moyen d'accroissement annuel

Il vient :

$$\frac{P_{tn}}{P_{to}} = (1 + i)^n$$

d'où :

$$\frac{77\ 000}{55\ 000} = 1.40 = (1 + i)^5$$

$$(1 + i)^5 = 1.40$$

La valeur de i peut être trouvée :

a) en utilisant les logarithmes :

$$5 \log (1 + i) = \log (1.40)$$

$$\log (1 + i) = \frac{\log (1.40)}{5}$$

$$i = 7\% \ (= 0.07)$$

b) en utilisant les tables spéciales, qui donnent directement la valeur de $(1 + i)^5$. (Voir "Comment utiliser la formule dite des intérêts composés".)

En regardant à la ligne correspondant à la valeur de n, on recherche le nombre correspondant à la valeur de $(1 + i)^n$ ou le nombre qui en est le plus proche.

Dans le cas considéré, $n = 5$ et $(1 + i)^5 = 1.40$.

La valeur de i, en pour cent est de 7.00 = 7%.

Le taux moyen d'accroissement annuel des effectifs de l'enseignement primaire, entre 1965 et 1970, a donc été de 7%.

Autre exemple :

Faites un dépôt à la banque et augmentez votre capital.

En 1964, vous avez déposé . . . . . 2 000 FCFA
En 1969, vous avez reçu de la banque . . . . . 2 740 FCFA
Quel a été le taux d'intérêt accordé par la banque ?

Dan ce cas :

t_n est 1969

t_o est 1964

n sera 5 ans (1969 - 1964)

$P_{tn} = 2\ 740$

$P_{to} = 2\ 000$

et on cherche la valeur de i :

$$P_{tn} = P_{to} (1 + i)^n$$

$$2\,740 = 2\,000 (1 + i)^5$$

$$\frac{2\,740}{2\,000} = (1 + i)^5$$

$$1.370 = (1 + i)^5$$

La valeur de i peut être trouvée :

a) en utilisant les logarithmes :

$$\log (1.370) = 5 \log (1 + i)$$

$$\log (1 + i) = \frac{\log (1.370)}{5}$$

$$1 = 0.065 = 6.5\%$$

b) en utilisant des tables spéciales qui donnent directement la valeur de $(1 + i)^n$.

En regardant à la ligne correspondant à la valeur de n, on recherche le nombre correspondant à la valeur de $(1 + i)^n$ ou le nombre qui en est le plus proche.

Dans le cas considéré, $n = 5$ et $(1 + i)^5 = 1.370$.

La colonne où ce dernier chiffre apparaît donne la valeur de i.

Avec $n = 5$ et $(1 + i)^5 = 1.370$, la valeur de i en pour cent est de 6.50 ou 6.5%.

Le taux d'intérêt donné par la banque a donc été de : 6.5%.

ERREURS A EVITER :

Prenons le même exemple que précédemment :

- En 1965, les effectifs de l'enseignement primaire s'élèvent à 55 000.

- En 1970, les effectifs de l'enseignement primaire s'élèvent à 77 000.

Il est possible de dire qu'entre 1965 et 1970, l'accroissement des effectifs primaires a été de 40%.

$$\frac{77\,000}{55\,000} = 1.40$$

ou : $77\,000 - 55\,000 = 22\,000$ et $\frac{22\,000}{55\,000} = 0.40$ ou 40%.

Mais il n'est pas possible de dire qu'un accroissement total de 40% durant 5 ans correspond à un accroissement d'environ 8% par an.

Si le taux de croissance avait été par an de 8% (ou 0.08),

en 1966, les effectifs de l'enseignement primaire auraient été de :

$$55\ 000 + (55\ 000 \times 0.08) = 59\ 400.$$

En 1967 : $59\ 400 + (59\ 400 \times 0.08) = 64\ 200$
en 1968 : $64\ 200 + (64\ 200 \times 0.08) = 69\ 300$
en 1969 : $69\ 300 + (69\ 300 \times 0.08) = 74\ 800$
en 1970 : $74\ 800 + (74\ 800 \times 0.08) = 80\ 800.$

En fait, les effectifs de l'enseignement primaire en 1970 s'élèvent à 77 000 et non pas à 80 800.

Maintenant, si on procède de la même façon, mais en considérant que le taux de croissance annuel est, non pas de 8% mais de 7%, nous obtiendrons :

En 1966, un effectif de :

$55\ 000 + (55\ 000 \times 0.07) = 58\ 000$
en 1967 : $58\ 800 + (58\ 800 \times 0.07) = 62\ 900$
en 1968 : $62\ 900 + (62\ 900 \times 0.07) = 67\ 300$
en 1969 : $67\ 300 + (67\ 300 \times 0.07) = 72\ 000$
en 1970 : $72\ 000 + (72\ 000 \times 0.07) = 77\ 000.$

Le nombre obtenu, pour les effectifs de 1970, correspond bien aux effectifs actuels de 1970.

M. COMMENT CALCULER LE TAUX MOYEN D'ACCROISSEMENT ANNUEL DU NOMBRE DE MAITRES COMPTE TENU D'UNE AUGMENTATION DU NOMBRE DES ELEVES ET D'UNE DIMINUTION DU NOMBRE MOYEN D'ELEVES PAR MAITRE ?

Dans un pays donné, il a été prévu un taux d'accroissement moyen annuel de 5% du nombre des élèves de l'enseignement primaire pendant 10 ans. Le nombre moyen d'élèves par maître est en début de période de 65; en fin de période ce nombre devra être en moyenne de 45.

Quel doit être le taux d'accroissement moyen du nombre de maîtres pour passer en 10 ans de 65 élèves par maître à 45, compte tenu de l'accroissement du nombre des élèves ?

On pose :

E_{to} = nombre des élèves en t_o

E_{t10} = nombre des élèves 10 ans plus tard

M_{to} = nombre des maîtres en t_o

M_{t10} = nombre des maîtres en t_{10}.

s = taux d'accroissement moyen annuel du nombre des élèves;

m = taux d'accroissement moyen annuel du nombre des maîtres.

En utilisant la formule dite des intérêts composés, on peut écrire :

(1) $E_{t10} = E_{to} (1 + s)^{10}$

(2) $M_{t10} = M_{to} (1 + m)^{10}$

En outre, on sait que le nombre de maîtres est égal au nombre d'élèves divisé par 65 en t_o et par 45 en t_{10}.

D'où :

(3) $M_{to} = \frac{E_{to}}{65}$

(4) $M_{t10} = \frac{E_{t10}}{45} = \frac{E_{to}(1 + s)^{10}}{45}$

1. Résolution par lecture sur une table utilisée lors de l'utilisation de la formule dite des intérêts composés

En remplaçant dans l'équation (2) M_{to} et M_{t10} par leur valeur en fonction de E_{to}, on obtient :

$$\frac{E_{to} (1 + s)^{10}}{45} = \frac{E_{to} (1 + m)^{10}}{65}$$

$$\frac{(1 + s)^{10}}{45} = \frac{(1 + m)^{10}}{65}.$$

$$(1 + m)^{10} = (1 + s)^{10} \times \frac{65}{45}$$

$$s = 5\% = 0.05$$

$$(1 + 0.05)^{10} = 1.63 \text{ (valeur trouvée dans la table)}$$

$$\frac{65}{45} = 1.44.$$

D'où :

$$(1 + m)^{10} = 1.63 \times 1.44$$

$$(1 + m)^{10} = 2.3472.$$

La table dont l'article "Comment utiliser la formule dite des intérêts composés" explique l'utilisation, donne la valeur de m :

Quand : $(1 + m)^{10} = 2.3472$

$$m = 8.90.$$

Le taux d'accroissement moyen annuel du nombre des maîtres devra être d'environ 9% pendant 10 ans.

2. Résolution par lecture sur un graphique

On sait que :

$$\text{1/} \quad \frac{(1 + m)^{10}}{(1 + s)^{10}} \sim (1 + m - s)^{10}$$

On peut poser m - s = d et on peut appeler a le quotient du nombre moyen d'élèves par maître en t_o par celui en t_{10} et n le nombre d'années.

$$\frac{(1 + m)^{10}}{(1 + s)^{10}} = \frac{65}{45}$$

peut donc s'écrire :

$$\text{2/} \quad (1 + d)^{10} = a.$$

Connaissant la valeur de a et celle de n, la valeur de d peut se lire dans des tables 3/.

Il est aussi possible de construire un graphique donnant directement la valeur de d, connaissant a et n. Un tel graphique est donné ci-après.

Dans l'exemple choisi :

$$a = \frac{65}{45} = 1.44$$

$$n = 10.$$

En se rapportant au graphique, l'intersection de la verticale élevée du point n = 10 avec l'horizontale menée depuis a = 1.44, se situe près de la droite d = 3.75. D'où :

$$d \sim 3.75.$$

1/ Cette formule peut s'écrire ainsi, car $\frac{(1 + a)^n}{(1 + b)^n}$ est plus ou moins égale à ($\sim$) $(1 + a - b)^n$.

2/ Plus généralement : $(1 + d)^n = a$; Voir : "L'analyse de l'évolution de l'alphabétisme dans les pays en voie de développement"; C. Vaugrante, Unesco-Dakar, 1970.

3/ Voir : "Comment utiliser la formule dite des intérêts composés".

Par conséquent :

$$m \# d + s$$

$$m \# 3.75 + 5 \# 8.75$$

Le taux d'accroissement moyen annuel du nombre des maîtres devra être d'environ 9% pendant 10 ans.

Autres exemples :

1) Pendant 5 ans, taux d'accroissement moyen annuel du nombre d'élèves : 6%.

Pendant la même période, taux d'accroissement moyen annuel du nombre des maîtres : 8%.

En début de période : 60 élèves par maître.

On demande le nombre d'élèves par maître en fin de période.

Dans ce cas : $s = 6\%$

$m = 8\%$

$d = 2\%$

$n = 5$.

En utilisant le graphique, on cherche la valeur de :

a pour $n = 5$ et $d = 2\%$.

On trouve : $a = 1.15$.

On sait que :

$$a = \frac{\text{Nombre moyen d'élèves par maître en } t_o}{\text{Nombre moyen d'élèves par maître en } t_n}$$

D'où :

$$\text{Nombre moyen d'élèves par maître en } t_5 = \frac{60}{a} = \frac{60}{1.15} = 52.$$

En t_5, le nombre moyen d'élèves par maître sera de 52.

2) Taux d'accroissement moyen annuel du nombre des élèves : 6%.

Taux d'accroissement moyen annuel du nombre des maîtres : 8%.

Nombre moyen d'élèves par maître : 58.

Au bout de combien d'années le nombre moyen d'élèves par maître sera-t-il de 45?

Dans ce cas, on a : $a = \frac{58}{45} = 1.29$

$m = 8\%$

$s = 6\%$

d'où : $d = 2\%$ (8 - 6).

Sur le graphique,

pour : $a = 1.29$

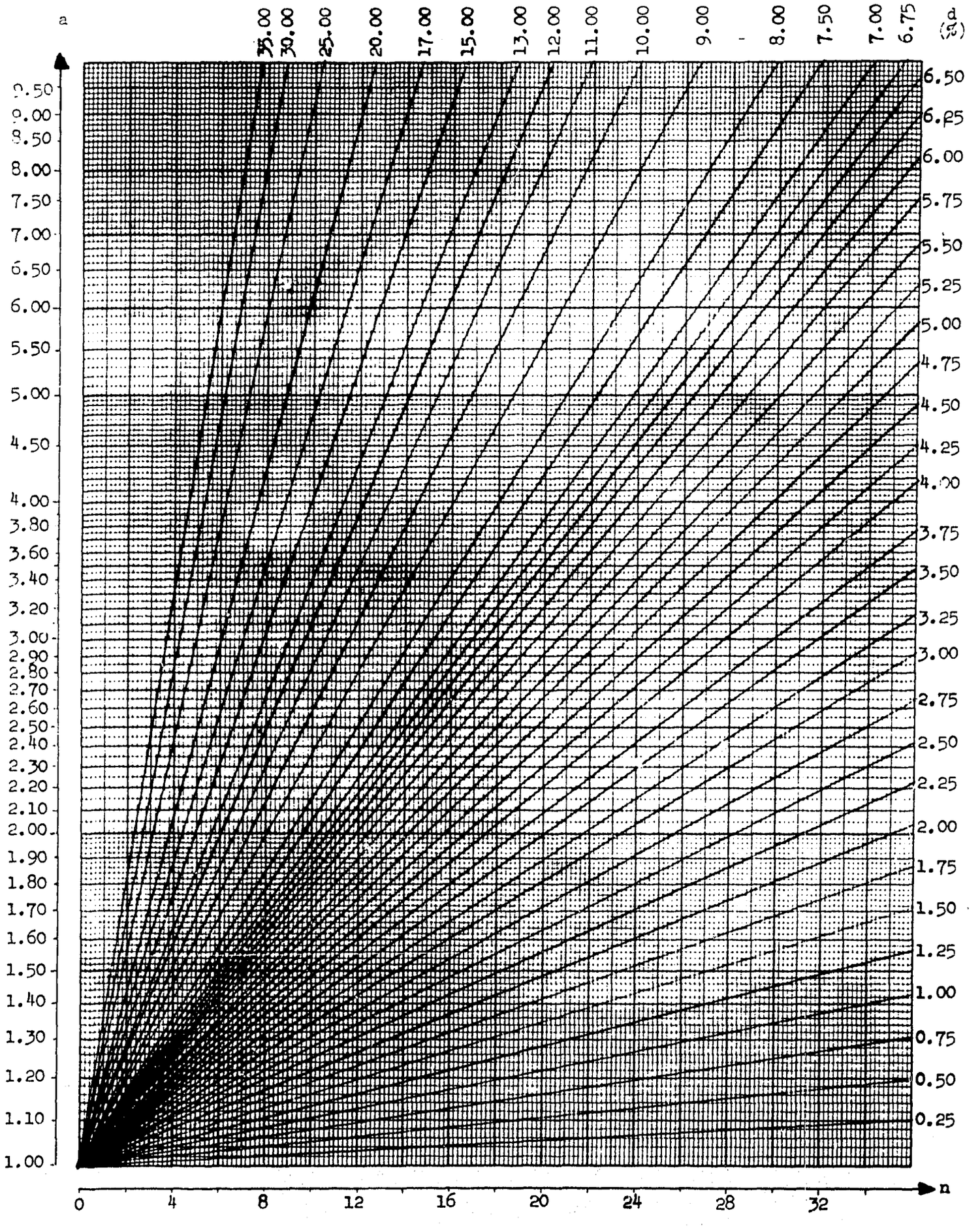
$d = 2\%$

on trouve :

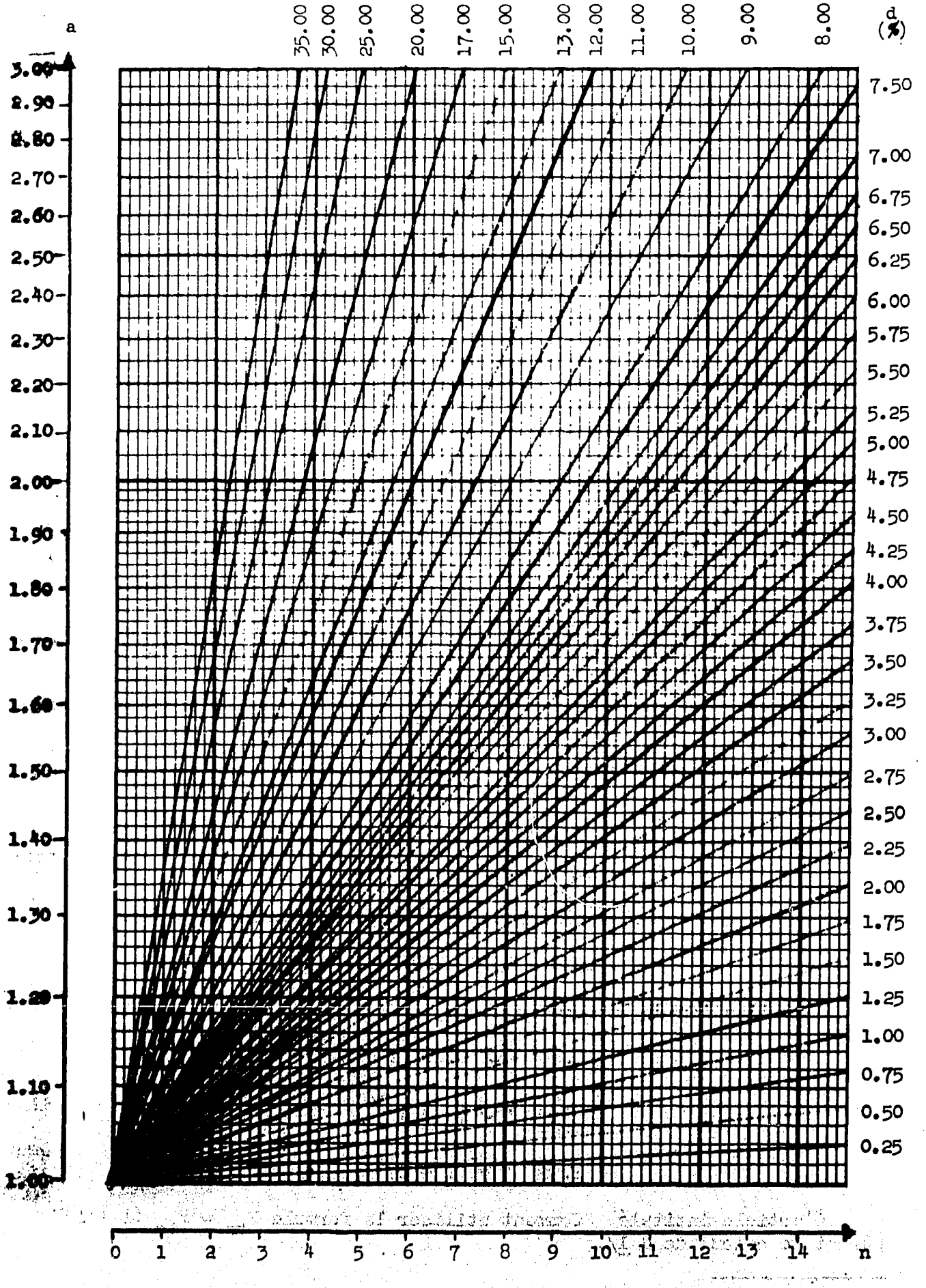
$n = 12.2$ ans.

Le nombre moyen d'élèves par maître sera de 45 après 12 années.

$$a = (1 + d)^n$$


a
35.00
30.00
25.00
20.00
17.00
15.00
13.00
12.00
11.00
10.00
9.00
8.00
7.50
7.00
6.75
(%a)
9.50
9.00
8.50
8.00
7.50
7.00
6.50
6.00
5.50
5.00
4.50
4.00
3.80
3.60
3.40
3.20
3.00
2.90
2.80
2.70
2.60
2.50
2.40
2.30
2.20
2.10
2.00
1.90
1.80
1.70
1.60
1.50
1.40
1.30
1.20
1.10
1.00
6.50
6.25
6.00
5.75
5.50
5.25
5.00
4.75
4.50
4.25
4.00
3.75
3.50
3.25
3.00
2.75
2.50
2.25
2.00
1.75
1.50
1.25
1.00
0.75
0.50
0.25
0
4
8
12
16
20
24
28
32
n

$$a = (1 + d)^n$$


a
3.00
2.90
2.80
2.70
2.60
2.50
2.40
2.30
2.20
2.10
2.00
1.90
1.80
1.70
1.60
1.50
1.40
1.30
1.20
1.10
1.00
35.00
30.00
25.00
20.00
17.00
15.00
13.00
12.00
11.00
10.00
9.00
8.00
d (%)
7.50
7.00
6.75
6.50
6.25
6.00
5.75
5.50
5.25
5.00
4.75
4.50
4.25
4.00
3.75
3.50
3.25
3.00
2.75
2.50
2.25
2.00
1.75
1.50
1.25
1.00
0.75
0.50
0.25
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 n

N. COMMENT CALCULER LE TAUX MOYEN D'ACCROISSEMENT ANNUEL DES EFFECTIFS DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE COMPTE TENU DE LA CROISSANCE DES EFFECTIFS DE L'ENSEMBLE DU SECOND DEGRE AVEC UNE AUGMENTATION PROPORTIONNELLEMENT PLUS IMPORTANTE DE CEUX DU TECHNIQUE ?

Soit un pays ayant, en 1970, un taux moyen d'accroissement annuel de ses effectifs du second degré (enseignement général et enseignement technique) de 6%. Dans ce pays, les effectifs de l'enseignement technique représentent 26% de l'ensemble des effectifs du second degré.

Ce pays désire qu'en 1980 la moitié des élèves du second degré soient inscrits dans des établissements d'enseignement technique.

Quel doit être le taux d'accroissement moyen annuel des effectifs de l'enseignement technique pour atteindre ce but ?

PREMIERE SOLUTION :

La formule dont l'explication figure en annexe peut être utilisée.

$$f_{tn} \sim f_{to}(1 + d)^n$$

avec :

f_{tn} = proportion des effectifs de l'enseignement technique, en t_n

f_{to} = proportion des effectifs de l'enseignement technique, en t_o

d = différence entre le taux d'accroissement moyen annuel des effectifs du second degré (général + technique) et le taux d'accroissement moyen annuel des effectifs de l'enseignement technique

n = nombre d'années entre t_o et t_n .

Dans le cas considéré :

f_{tn} = 50% = 0.50

f_{to} = 26% = 0.26

d = différence entre le taux cherché et 6%

n = 1980 - 1970 = 10.

L'application de la formule donne :

$$0.50 \sim 0.26\ (1 + d)^{10}$$

$$\frac{0.50}{0.26} \sim (1 + d)^{10}$$

$$1.92 \sim (1 + d)^{10}.$$

L'article intitulé "Comment utiliser la formule $P_{tn} = P_{to}\ (1 + i)^n$" permet le calcul de d 1/.

1/ Voir le "Comment ..... " précédent pour lire la valeur de d sur un graphique.

La valeur trouvée pour d dans la table est :

6.75

Le taux d'accroissement moyen annuel des effectifs de l'enseignement technique devra donc être (6% + 6.75% = 12.75%) ou d'environ 13%.

SECONDE SOLUTION :

Le taux d'accroissement moyen annuel des effectifs de l'enseignement technique peut être représenté par r.

Le taux d'accroissement moyen annuel des effectifs du second degré (général et technique) peut être représenté par s.

Les effectifs du second degré (général et technique) peut être représenté par S_{to} en to,

S_{tn} en tn.

La proportion des effectifs de l'enseignement technique dans l'ensemble des effectifs du second degré peut être représentée par :

f_{to} en to,

f_{tn} en tn.

Les effectifs de l'enseignement technique peuvent être représentés par :

S_{to} f_{to} en to.

S_{tn} f_{tn} en tn.

Dans le cas considéré :

r = ce que l'on cherche

s = 6% = 0.06

f_{to} = 26% = 0.26

f_{tn} = 50% = 0.50

n = 1980 - 1970 = 10.

La formule dite des intérêts composés permet d'écrire :

- effectif du technique en $t_n = S_{to}$ f_{to} $(1 + r)^r$

mais effectif du technique en $t_n = S_{tn}$ f_{tn}

avec : $S_{tn} = S_{to} (1 + s)^n$.

D'où :

$$S_{tc}\ f_{to}\ (1 + r)^n = S_{to}\ (1 + s)^n\ f_{tn}$$

$$f_{to}\ (1 + r)^n = f_{tn}\ (1 + s)^n$$

$$(1 + r)^n = \frac{f_{tn}}{f_{to}}\ (1 + s)^n .$$

Dans le cas considéré, il vient :

$$(1 + r)^{10} = \frac{0.50}{0.26}\ (1 + 0.06)^{10} .$$

La table utilisée avec la formule $P_{tn} = P_{to}\ (1 + i)^n$ permet de connaître la valeur de $(1 + 0.06)^{10}$:

$$(1 + 0.06)^{10} = 1.79$$

d'où :

$$(1 + r)^{10} = 1.92 \times 1.79$$

$$(1 + r)^{10} = 3.44$$

La même table donne la valeur de r pour $(1 + r)^n = 3.44$

quand $n = 10$

$r = 13.15.$

Le taux moyen d'accroissement annuel des effectifs du technique devra être d'environ 13%.

ANNEXE

Soit un pays dont le nombre total des élèves inscrits dans les écoles du second degré, de formation générale et de formation technique, est désigné par S.

En to, l'ensemble de ces élèves est désigné par S_{to}.

A cette date la proportion des élèves inscrits dans les établissements d'enseignement du second degré de formation technique est f_{to} ; par conséquent, le nombre des élèves inscrits dans les établissements d'enseignement technique peut être représenté par :

$$S_{to}\ f_{to}$$

De to à tn, le taux moyen d'accroissement annuel de l'ensemble des effectifs des établissements d'enseignement du second degré, formation générale et formation technique, est s;

d'où :

le nombre total des élèves inscrits, en tn, dans les établissements du second degré sera :

$$S_{to}\ (1 + s)^n$$

Si, durant la même période to - tn, le taux moyen d'accroissement annuel du nombre des élèves inscrits dans les établissements d'enseignement technique est r, l'effectif de ces établissements techniques sera, en tn, de :

$$S_{to}\ f_{to}\ (1 + r)^n$$

Le rapport entre l'effectif des établissements d'enseignement technique et l'effectif total de l'ensemble des établissements d'enseignement du second degré, formation générale et technique, peut, en t_n, être représenté par f_{tn} et il vient :

$$f_{tn} = \frac{S_{to}\ f_{to}\ (1 + r)^n}{S_{to}\ (1 + s)^n}$$

ou :

$$f_{tn} = f_{to}\ \frac{(1 + r)^n}{(1 + s)_n}$$

1/ $f_{tn} \sim f_{to}\ (1 + r - s)^n$

La différence entre les deux taux moyens d'accroissement annuels peut être représentée par d :

$$r - s = d$$

et il vient :

$$f_{tn} \sim f_{to}\ (1 + d)^n .$$

1/ Cette formule peut s'écrire ainsi, car $\frac{(1 + a)^n}{(1 + b)^n}$ est plus ou moins égale à ($\sim$) $(1 + a - b)^n$.

0. COMMENT ESTIMER LE TAUX DE CROISSANCE QUI DOIT ETRE ASSIGNE A DES EFFECTIFS SCOLAIRES EN VUE D'ATTEINDRE UN OBJECTIF FIXE EN TERMES DE TAUX DE SCOLARISATION ?

Soit un pays ayant, en 1969, un taux de croissance démographique de 3% par an pour sa population âgée de 6 à 12 ans et un taux de scolarisation, pour cette même population âgée de 6 à 12 ans, de 35%. Le taux de scolarisation est défini comme le rapport entre le nombre d'élèves âgés de 6 à 12 ans et le nombre d'enfants du même âge (6-12).

Ce pays désire atteindre un taux de scolarisation de 50% en 1980.

Quel doit être le taux moyen de croissance annuelle du nombre des élèves âgés de 6 à 12 ans afin d'atteindre cet objectif ?

On peut utiliser la formule :

$$\alpha_n \sim \alpha_o (1 + d)^n$$ ($\sim$ signifie plus ou moins égal à) où

- α_n représente le taux de scolarisation en t_n.

(Dans ce cas :

$$\alpha_n = 35\% \text{ ou } 0.50)$$

- α_o représente le taux de scolarisation en t_o (et dans ce cas :

$$\alpha_o = 35\% \text{ ou } 0.35)$$

- d représente la différence entre le taux de croissance du nombre des élèves âgés de 6 à 12 ans et le taux de croissance démographique de la population âgée de 6 à 12 ans;

- n représente le nombre d'années entre t_o et t_n. (Dans ce cas, entre 1969 et 1980, soit 11 ans.)

(Pour une justification de cette formule, voir l'Annexe 1/.)

La formule appliquée au pays considéré devient :

$$0.50 \sim 0.35 (1 + d)^{11}$$

$$\frac{0.50}{0.35} \sim (1 + d)^{11}$$

$$1.43 \sim (1 + d)^{11}$$

Pour trouver la valeur de d, prière de se référer aux trois "Comment..." précédents.

La valeur trouvée pour d est 3.3%.

Le taux d'accroissement moyen annuel du nombre des élèves âgés de 6 à 12 ans sera trouvé en ajoutant à la valeur de d (3.3%) la valeur du taux de croissance démographique (3%).

D'où, afin d'atteindre, pour la population âgée de 6 à 12 ans, un taux de scolarisation de 50% en 1980, le taux d'accroissement moyen annuel du nombre des élèves âgés de 6 à 12 ans devra, entre 1969 et 1980, être de :

$$3.3\% + 3\% = 6.3\%.$$

1/ Voir également : "L'analyse de l'évolution de l'alphabétisme dans les pays en voie de développement"; C. Vaugrante, Unesco-Dakar, 1970.

N.B. : Ce taux d'accroissement moyen annuel du nombre des élèves âgés de 6 à 12 ans ne doit pas être confondu avec le taux d'accroissement moyen annuel des effectifs de l'enseignement primaire.

En effet,

(i) certains élèves inscrits dans l'enseignement primaire peuvent être âgés de moins de 6 ans et d'autres de plus de 12 ans;

(ii) des enfants dont l'âge est égal ou inférieur à 12 ans peuvent être inscrits, non pas dans des établissements d'enseignement primaire mais dans des établissements d'enseignement secondaire.

ANNEXE

Soit un pays dont la population âgée de 6 à 12 ans sera représentée par P.

En t_o nous dirons que cette population est représentée par P_{to}.

Si on sait qu'à cette date la proportion de cette population inscrite dans les écoles est α_o, nous pouvons dire que la population scolaire âgée de 6 à 12 ans peut être représentée par $P_{to} \times \alpha_o$ en t_o.

Si le taux de croissance démographique est r, la population âgée de 6 à 12 ans sera, en t_n :

$$P_{to} (1 + r)^n.$$

Si, durant la même période, le taux moyen d'accroissement annuel de la population scolaire âgée de 6 à 12 ans est v, en t_n la population âgée de 6 à 12 ans inscrite dans les écoles sera :

$$P_{to} \alpha_o (1 + v)^n.$$

Le rapport entre la population âgée de 6 à 12 ans, inscrite dans les écoles, et la population totale âgée de 6 à 12 ans, peut en t_n être représentée par α_n, et nous aurons :

$$\alpha_n = \frac{P_{to} \alpha_o (1 + v)^n}{P_{to} (1 + r)^n}.$$

En simplifiant :

$$\alpha_n = \alpha_o \frac{(1 + v)^n}{(1 + r)^n}.$$

$$1/ \quad \alpha_n \sim \alpha_o (1 + v - r)^n.$$

La différence entre le taux moyen d'accroissement annuel de la population scolaire v et le taux de croissance démographique r sera appelée "coefficient d'accroissement différentiel" ou d 2/:

$$v - r = d.$$

Nous aurons donc :

$$\alpha_n \sim \alpha_o (1 + d)^n.$$

Selon cette formule, il est aisé de voir que :

- en t_n, le taux de scolarisation dépend du coefficient d'accroissement différentiel, c'est-à-dire de la différence entre le taux de croissance du nombre des alphabétisés et celui de la population totale, et non seulement du taux de croissance du nombre des alphabétisés.

1/ Cette formule peut s'écrire ainsi, car $\frac{(1 + a)^n}{(1 + b)^n}$ est plus ou moins égale à ($\sim$) $(1 + a - b)^n$.

2/ Voir : "L'analyse de l'évolution de l'alphabétisme dans les pays en voie de développement"; C. Vaugrante, Dakar-Unesco; 1970.

GLOSSAIRE

Français	Anglais
abandon	dropout
année d'études	grade
année-élève	pupil-year
coefficient d'accroissement différentiel doublant	differential growth coefficient
doublant	one-time repeater
effectif (des élèves)	enrolment
niveau d'instruction	educational attainment
progression-type	standard progression
promu	promoted pupil
redoublant	repeater
taux brut indifférencié de redoublement	undifferentiated gross repeater rate
taux brut de doublement	gross one-time repeater rate
taux de promotion	promotion rate
taux de progression	progression rate
taux de redoublement	repeater rate
taux de rétention	retention rate
taux de scolarisation	schooling rate
taux net de doublement	net one-time repeater rate
triplant	two-time repeater
vraisemblance	likelihood

BIBLIOGRAPHIE

- LIU, B.A., Unesco :

"Estimation des effectifs scolaires futurs dans les pays en voie de développement". Paris, 1967.

- Université de Paris, Institut d'étude du développement économique et social :

"Les rendements de l'enseignement du premier degré en Afrique francophone". Paris, 19 .

- Unesco-Dakar, Groupe régional de planification et administration de l'éducation :

"Cours sur la planification de l'éducation. Dakar, 31 octobre-18 décembre 1966".

- Unesco-Dakar, Groupe régional de planification et administration de l'éducation :

"Stage de formation à l'emploi des méthodes statistiques. Bamako, 3-15 juillet, 1967".

- VAUGRANTE, C., Unesco-Dakar, Groupe régional de planification et administration de l'éducation :

"L'analyse de l'évolution de l'alphabétisme dans les pays en voie de développement".